

**29ο Συνέδριο Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας,
Καλαμάτα, 9-11 Νοεμβρίου 2012**

**ΣΤΡΟΓΓΥΛΟ ΤΡΑΠΕΖΙ με θέμα
Βιβλία και Αναλυτικά Προγράμματα στην Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση:
Διαπιστώσεις και προοπτικές**

Βασιλική Φαρμάκη, Συντονίστρια
Καθηγήτρια, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Στο παρελθόν υπήρχε μια συντηρητική, αλλά στέρεη, σχολική μαθηματική παιδεία βασισμένη στην Γεωμετρία. Με την επανάσταση κατά του Ευκλείδη (Bourbaki, Dieudonne), και με την λανθασμένη εισαγωγή του φορμαλισμού στα σχολικά μαθηματικά η ισορροπία αυτή διαταράχθηκε. Έκτοτε έγιναν πολλές προσπάθειες, αλλά ικανοποιητικό σημείο ισορροπίας δεν έχει βρεθεί.

Η αναζήτηση της ισορροπίας για τα Ελληνικά αναλυτικά προγράμματα στα μαθηματικά είναι πιο πολύπλοκη, κατά το ότι ο ρόλος των μαθηματικών στις επιστήμες έχει δραματικά αναβαθμισθεί, και συγχρόνως έχει λάβει χαρακτήρα πιο εφαρμοσμένο, με τις εφαρμογές όμως διαφοροποιημένες κατά επιστημονική περιοχή. Ειδικά στη χώρα μας η αναζήτηση πρέπει να συνδυασθεί και με την παρατεταμένη κατάπτωση και κρίση της ελληνικής κοινωνίας, μιας κατάπτωσης που έχει κυρίως το χαρακτήρα της μειωμένης ανταγωνιστικότητας, γενικά, και σε ότι αφορά στο εκπαιδευτικό μας σύστημα. Η κατανόηση και παραδοχή αυτού του προβλήματος είναι συγχρόνως και ευκαιρία, καθώς πάντοτε η κατανόηση και παραδοχή ενός προβλήματος είναι το πρώτο μεγάλο βήμα για την επιτυχή αντιμετώπισή του.

Προκύπτουν βασικά ερωτήματα ως προς το περιεχόμενο των Αναλυτικών Προγραμμάτων στην Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, όπως: Ποιές μαθηματικές περιοχές θα πρέπει να περιέχονται σ' αυτό και σε ποιά έκταση και βάθος; Πού πρέπει να δίδεται μεγαλύτερη έμφαση στις δεξιότητες αλγορίθμων, στις ιδιότητες και αποδείξεις ή στη χρήση μαθηματικών μοντέλων και αναπαραστάσεων κάθε τύπου; Πώς πρέπει να επιλέγεται το κατάλληλο πλαίσιο μάθησης; Πώς πρέπει να προσεγγίζονται οι θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες; Ποιός ο ρόλος της τεχνολογίας στην εκπαίδευση; Ποιά πρέπει να είναι η μορφή και η οργάνωση των σχολικών βιβλίων;

Στη συζήτηση θα τεθούν αυτά τα θέματα και ερωτήματα και αναμένω με ενδιαφέρον τις Εισηγήσεις των κυρίων Ι. Θωμαΐδη, Β. Κατσαργύρη, Ι. Πλατάρο, Α. Σβέρκο, και Μ. Χρυσοβέργη καθώς και την συζήτηση που θα επακολουθήσει. Καταθέτω συνοπτικά μερικές σκέψεις.

Σε πρώτο επίπεδο, το σχολείο πρέπει να παρέχει επαρκή εφόδια σε όλους τους μαθητές/μαθήτριες να κατανοούν και να χειρίζονται **τα πρακτικά μαθηματικά** που εμφανίζονται στην καθημερινή ζωή. Η κατανόηση στοιχειώδους γεωμετρίας και αριθμητικής, όπως η εύρεση του εμβαδού ενός οικοπέδου, ή μιας απόστασης, η κατανόηση των όρων ενός δανείου, μιας αγοράς, των κοινοχρήστων της πολυκατοικίας, η επιλογή μιας ασφάλειας, η συμπλήρωση της φορολογικής δήλωσης, καθώς και ορθή ερμηνεία των πιθανοτήτων και των στατιστικών στοιχείων απαιτούν δυνατότητα χρήσης μαθηματικών και διαχείρισης της μαθηματικής πληροφορίας. Ακόμη απαραίτητη είναι η ανάπτυξη των δεξιοτήτων με τη χρήση υπολογιστών.

Οι περισσότεροι μαθητές/μαθήτριες θα συνεχίσουν τις σπουδές τους σε κάποιο πανεπιστήμιο ή τεχνολογικό ίδρυμα. Τα μαθηματικά προοδευτικά αποκτούν

θεμελιώδη σημασία σε όλο και περισσότερες επιστημονικές περιοχές. Παραδοσιακά η φυσική, οι πολυτεχνικές σπουδές χρειάζονταν ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο. Αργότερα προστέθηκαν οι οικονομικές επιστήμες. Σήμερα οι βιολογικές και ιατρικές επιστήμες γνωρίζουν μια επανάσταση με την ραγδαία εισαγωγή υπολογιστικών και μαθηματικών μεθόδων. Η γνώση βασικών μαθηματικών αρχών, ο μαθηματικός τρόπος σκέψης και έρευνας σήμερα προβάλλουν ως βασικά και απαραίτητα εργαλεία **ανταγωνιστικότητας** για το υπόλοιπο της ζωής ενός μαθητή ή μιας μαθήτριας, όποιες σπουδές και αν ακολουθήσουν στο μέλλον.

Για όσους μαθητές/μαθήτριες έχουν **ιδιαίτερο ενδιαφέρον και κλίση στα μαθηματικά** πρέπει η παρεχόμενη μαθηματική παιδεία στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση να τους καθιστά εν δυνάμει ερευνητές στα μαθηματικά. Πρέπει να τους δίνονται ευκαιρίες προώθησης της μαθηματικής τους σκέψης, ακόμη και με ιδιαίτερα μαθήματα και αγωγή. Σε συνεργασία με πανεπιστημιακά τμήματα θα πρέπει να οργανώνονται ιδιαίτερα μαθήματα και σεμινάρια. Οι μαθητικοί διαγωνισμοί της ΕΜΕ έχουν ήδη επιτελέσει σημαντικό έργο προς αυτή την κατεύθυνση.

Ανεξάρτητα από το ποια θα είναι η μελλοντική ενασχόληση των μαθητών και μαθητριών, το εκπαιδευτικό σύστημα πρέπει να παρέχει σε όλους τους πολίτες της χώρας μας την ευκαιρία να εξοικειωθούν με τα μαθηματικά ως **πολιτιστικό αγαθό**, ως κορυφαίο πνευματικό επίτευγμα του ανθρώπου. Η εξοικείωση πρέπει να γίνει με τον μαθηματικό τρόπο σκέψης, με την ουσία των μαθηματικών. Θα είναι επίτευγμα του εκπαιδευτικού μας συστήματος όταν ένας πολίτης θεωρείται μορφωμένος όχι μόνο αν έχει μελετήσει τον Όμηρο ή τον Αισχύλο ή τον Καβάφη ή τον Σαίξπηρ, αλλά απαραίτητα και **τον Ευκλείδη**. Ως Έλληνες πρέπει να έχουμε συνείδηση της πολιτιστικής μας κληρονομιάς, αλλά και να αισθανόμαστε τυχεροί, όπως έλεγε ο Κορνήλιος Καστοριάδης, διότι έχουμε την μοναδική τύχη και προνόμιο, μεταξύ όλων των ανθρώπων, να μπορούμε να διαβάσουμε αυτά τα έργα στο πρωτότυπο.

Η **γεωμετρία**, παραμένει το ιδεώδες όχημα με το οποίο ο μαθητής εισάγεται στην έννοια της απόδειξης. Σε αυτήν πρέπει να προστεθούν οι αρχές της ανάλυσης (ιδίως **η φύση των πραγματικών αριθμών**, και όχι οι ανούσιοι υπολογισμοί τύπου de l'Hospital ή υπολογισμοί ολοκληρωμάτων) και ο **συνδυαστικός τρόπος σκέψης**. Όμως πρέπει να παρουσιάζεται όχι μόνο η σημασία της απόδειξης και η αυστηρότητα των Μαθηματικών, η οποία από μόνη της μπορεί να γίνει γρήγορα απωθητική, αλλά και η βασική αποστολή των Μαθηματικών να προωθεί προς την κατάκτηση νέας και ανώτερης γνώσης **αντίθετης προς την κοινή διαίσθηση**. Ο ρόλος της απόδειξης τότε καθίσταται αναγκαίος για να κατοχυρώσει την εγκυρότητα της ανώτερης, αλλά αντίθετης προς την διαίσθηση γνώσης. Κορυφαίο παράδειγμα η άρρητοι αριθμοί: κανένας δεν θα πίστευε ότι υπάρχουν, αν δεν αναγκάζονταν από την απόδειξη.

Σημαντική είναι η **συμβολή της Διδακτικής των Μαθηματικών** στην επιλογή του κατάλληλου πλαισίου μάθησης, με την απαραίτητη συνθήκη ότι θα πρέπει να οργανώνεται και να καταστρώνεται από μαθηματική βάση, στην οποία επενεργεί η παιδαγωγική και η διδακτική επιστήμη, και όχι αντίστροφα. Το κέντρο βάρους της Διδακτικής των Μαθηματικών θα πρέπει να είναι τα Μαθηματικά, κάτι που ήταν παλαιότερα και σήμερα φαίνεται να έχει διαταραχθεί, τόσο διεθνώς όσο και στη χώρα μας.

**Πρόταση Αναλυτικών προγραμμάτων Ε. Μ. Ε.
Εισηγητής: Κατσαργύρης Βασίλης
Πανελλήνιο Συνέδριο Ε.Μ.Ε. Καλαμάτας, Νοέμβρης 2012**

1. Εισαγωγή

Μελετήσαμε τα αναλυτικά προγράμματα διαφόρων χωρών όπως των *ΗΠΑ* της *ΣΙΓΚΑΠΟΥΡΗΣ* της *ΚΙΝΑΣ* της *ΙΑΠΩΝΙΑΣ* της *ΓΑΛΛΙΑΣ* και πολλών άλλων. Από τη μελέτη αυτή πήραμε κάποιες ιδέες. Παρατηρήσαμε ότι όλα τα προγράμματα, έχουν έναν κοινό άξονα γύρω από τον οποίο περιστρέφονται. Υπάρχουν βεβαίως και διαφορές ανάλογα με τις προτεραιότητες, την Ιστορία και τις ανάγκες κάθε χώρας. Καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι εκείνες οι έννοιες που υπάρχουν σε όλα σχεδόν τα αναλυτικά προγράμματα δεν πρέπει να λείπουν και από το δικό μας. Η διαμόρφωση ενός αναλυτικού προγράμματος εξαρτάται βέβαια και από το χρόνο που διατίθεται στο ωρολόγιο πρόγραμμα για τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ο χρόνος αυτός, από χώρα σε χώρα διαφέρει, ανάλογα με τους στόχους που καθεμιά θέλει να πετύχει (βλέπε σχετικό πίνακα).

Αριθμός διδακτικών ωρών στα μαθηματικά σε διάφορες χώρες

χώρα	Γυμνάσιο		Λύκειο	
	Ωρες/έτος	ποσοστό	Ωρες/έτος	ποσοστό
Βέλγιο	140,4	9	203	18
Βρετανική(Columbia)	127,9	14	122	14
Αγγλία και Ουαλία	117,3	14	180	22
Φινλανδία	83,2	10	67	12
Γαλλία	128,5	13	-	-
Χονγκ Κονγκ	124,3	16	182	25
Ουγγαρία	97,2	13	109	15
Ιρλανδία	110	12	130	13
Ισραήλ	133,3	-	150	-
Ιαπωνία	99,3	12	149	15
Λουξεμβούργο	147,1	-	-	-
Ολλανδία	120,5	-	-	-
Νέα Ζηλανδία	132,4	13	139	15
Οντάριο	140,1	-	112	25
Σκοτία	148,1	17	174	20
Ελβετία	156,5	-	-	-
Σουηδία	90,3	11	120	16
Ταϊλάνδη	95,9	13	144	21
Αμερική	146,4	15	150	16
Κίνα	170,0	17	150	15

Μετά τη μελέτη όλων αυτών των αναλυτικών προγραμμάτων, αφού λάβαμε υπόψη και την ελληνική πραγματικότητα και Ιστορία (βλέπε Ευκλείδεια Γεωμετρία), καταλήξαμε στο πρόγραμμα που προτείνουμε. Το πρόγραμμα αυτό αναπτύσσεται σε *τέσσερις άξονες*, οι οποίοι και *διατρέχουν όλες τις τάξεις* του σχολείου από την Α΄ Γυμνασίου μέχρι και τη Γ΄ Λυκείου. Οι άξονες αυτοί είναι:

- **Αλγεβρα,**
- **Ανάλυση,**
- **Γεωμετρία (Ευκλείδεια και Αναλυτική)**
- **Στατιστική-Πιθανότητες.**

Στο αναλυτικό πρόγραμμα που θα παρουσιάσουμε έχουμε λάβει υπόψη πολλές από τις παρατηρήσεις που διατυπώθηκαν από συναδέλφους τον περασμένο χρόνο, στα δύο συνέδρια της ΕΜΕ (Αθήνας και Θεσσαλονίκης) και είναι προσαρμοσμένο στο ωρολόγιο πρόγραμμα που ισχύει σήμερα. Στην περίπτωση που αυτό αλλάξει έχουμε προβλέψει και διαθέτουμε εναλλακτικές προτάσεις.

Για τη διαμόρφωση του παρόντος αναλυτικού προγράμματος, μεταξύ άλλων, λάβαμε υπόψη ότι τα Μαθηματικά είναι ένα **εξαιρετικό όχημα** για την ανάπτυξη και βελτίωση της διανοητικής ικανότητας ενός ατόμου:

- **στη λογική αιτιολόγηση,**
- **στην οπτικοποίηση του χώρου,**
- **στην ανάλυση και στην αφηρημένη σκέψη.**

Οι μαθητές με τα Μαθηματικά αναπτύσσουν Ικανότητες στην κατανόηση θεμελιωδών επιστημονικών εννοιών, στο να κάνουν συλλογισμούς, στην ευελιξία της σκέψης, στις δεξιότητες επίλυσης προβλήματος, και στις εφαρμογές.

2. Σκοποί της Μαθηματικής εκπαίδευσης στο σχολείο

Η Μαθηματική εκπαίδευση έχει ως σκοπό να καταστήσει τους μαθητές ικανούς :

- (1). Να αποκτήσουν τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που είναι χρήσιμες στην καθημερινή ζωή και απαραίτητες τόσο για τη συνέχιση της εκμάθησης των μαθηματικών όσο και για την κατανόηση και εμπέδωση εννοιών από άλλες επιστήμες που σχετίζονται με τα μαθηματικά .
- (2). Να αναπτύξουν τη μαθηματική σκέψη και τις δεξιότητες που απαιτούνται για την επίλυση προβλημάτων και την αξιοποίηση των μαθηματικών σε εφαρμογές.
- (3). Να αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις σχέσεις τόσο μεταξύ μαθηματικών εννοιών, όσο και μεταξύ μαθηματικών εννοιών και εννοιών από άλλες επιστήμες.
- (4). Να αναπτύξουν θετική διάθεση απέναντι στα μαθηματικά.
- (5). Να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά όλα τα διαθέσιμα μαθηματικά εργαλεία, (συμπεριλαμβανομένων των εργαλείων της πληροφορικής και της τεχνολογίας), για την καλύτερη κατανόηση και εκμάθηση των μαθηματικών εννοιών.
- (6). Να παράγουν επινοητικές και δημιουργικές εργασίες που συνδέονται με μαθηματικές έννοιες.
- (7). Να αναπτύξουν την ικανότητα να αιτιολογούν λογικά, να επικοινωνούν μαθηματικά, και να μαθαίνουν συνεργατικά και ανεξάρτητα.

3. Μαθηματικό πλαίσιο

- Το πλαίσιο πρέπει να περιέχει τις αρχές ενός **αποτελεσματικού** προγράμματος Μαθηματικών το οποίο να είναι **ενιαίο** και **εφαρμόσιμο σε όλα τα επίπεδα**, από την πρώτη του δημοτικού μέχρι και την τρίτη τάξη του Λυκείου.
- Η **επίλυση μαθηματικών προβλημάτων** (*Mathematical problem solving*) πρέπει να αποτελεί **κεντρικό στόχο** ενός αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών.

Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων εξαρτάται από έξι αλληλένδετες συνιστώσες. Αυτές είναι, *οι έννοιες, οι δεξιότητες, οι μέθοδοι, οι διαδικασίες (Processes), οι διαθέσεις (Attitudes)* και η **μεταγνώση (Metacognition)**. Μέσα στις συνιστώσες αυτές εντάσσονται η καθοδήγηση της σκέψης, η αυτοπειθαρχία στη μάθηση, η πίστη στη γνώση, το ενδιαφέρον, η εκτίμηση, η επιμονή, η αιτιολόγηση, η επικοινωνία και η συσχέτιση, οι δεξιότητες σκέψης, η ανακαλυπτική μέθοδος, οι εφαρμογές και η μοντελοποίηση, οι αριθμητικοί υπολογισμοί, ο αλγεβρικός λογισμός, η οπτικοποίηση του χώρου, τα δεδομένα ανάλυσης, οι μετρήσεις και η χρήση των μαθηματικών εργαλείων.

4. Έννοιες

Στις Μαθηματικές έννοιες περιλαμβάνονται *αριθμητικές, αλγεβρικές, γεωμετρικές, στατιστικές, πιθανοτήτων και ανάλυσης*. Οι μαθητές πρέπει να αναπτύξουν και να επεξεργαστούν τις Μαθηματικές έννοιες σε βάθος και να γνωρίσουν τα **Μαθηματικά ως μία ολοκληρωμένη ολότητα** και όχι ως μεμονωμένα κομμάτια γνώσης. Η χρήση *εποπτικών μέσων, πρακτικής εργασίας, και τεχνολογικών βοηθημάτων* θα πρέπει να είναι μέρος της μαθησιακής διαδικασίας και εμπειρίας των μαθητών.

5. Δεξιότητες

Στις μαθηματικές δεξιότητες περιλαμβάνονται δεξιότητες όπως : Αριθμητικών υπολογισμών, Αλγεβρικού λογισμού, Οπτικοποίησης του χώρου, Ανάλυσης δεδομένων, Μετρήσεων, χρήσης Μαθηματικών εργαλείων, και Εκτιμήσεων. Η ανάπτυξη της **ικανότητας δεξιοτήτων** στους μαθητές είναι **ουσιώδης** για την μάθηση των Μαθηματικών και τις εφαρμογές τους. Οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν επάρκεια σε ποικίλες μορφές μαθηματικών δεξιοτήτων. Πολλές φορές όμως οι μαθητές δίνουν μεγαλύτερη έμφαση στις διαδικαστικές δεξιότητες (*ακατάσχετη ασκησιολογία*), χωρίς να κατανοούν απόλυτα τις έννοιες και τις αρχές που πρέπει να χρησιμοποιήσουν ή να αποφύγουν.

Από τις πιο σημαντικές μαθηματικές δεξιότητες είναι εκείνες της **κριτικής σκέψης** που είναι απαραίτητες στην **ανακαλυπτική** και την **αποδεικτική** διαδικασία. Μερικά παραδείγματα **ανακαλυπτικής μεθόδου**, ταξινομημένα σε τέσσερες κατηγορίες, ανάλογα με τη χρήση τους, είναι τα παρακάτω:

- Να δώσουμε μια **αναπαράσταση**.
Π.χ. να χαράζουμε ένα διάγραμμα, ένα σχήμα, να κάνουμε μια λίστα, να χρησιμοποιήσουμε εξισώσεις – τύπους.
- Να **μαντέψουμε το αποτέλεσμα** κάποιων υπολογισμών.
Π.χ. μαντεύουμε και ελέγχουμε, αναζητούμε πρότυπα (patterns), κάνουμε υποθέσεις.
- Να ακολουθήσουμε **πορεία βήμα-βήμα**.
Π.χ. εργαζόμαστε προς τα πίσω, πηγαίνουμε μπρος – πίσω.
- Να **αλλάζουμε το πρόβλημα**.
Π.χ. Επαναδιατυπώνουμε το πρόβλημα, απλοποιούμε το πρόβλημα, λύνουμε μέρος του προβλήματος

Οι δεξιότητες κριτικής σκέψης μπορούν ακόμη να χρησιμοποιηθούν και σε διαδικασίες όπως είναι, η *ταξινόμηση*, η *σύγκριση*, η *ακολουθία γεγονότων*, η *ανάλυση μέρους ή όλου*, η *ανακάλυψη μοντέλων*(patterns) και *σχέσεων*, η *επαγωγή*, η *αφαίρεση* και, η *οπτικοποίηση του χώρου*.

Στις δεξιότητες περιλαμβάνεται ακόμη και η ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν την **τεχνολογία** επιτυχώς, για την **διατύπωση εικασιών**, τη **διερεύνηση**, και την **επίλυση προβλημάτων**.

6. Στρατηγικές

Στρατηγικές είναι οι **δεξιότητες** που αναπτύσσει ο μαθητής στην πορεία προς την απόκτηση και την εφαρμογή της μαθηματικής γνώσης. Η πορεία αυτή περιλαμβάνει την **αιτιολόγηση**, την **επικοινωνία**, τη **συσχέτιση**, την **αποδεικτική** και **ανακαλυπτική διαδικασία** και τέλος , τη **μοντελοποίηση**.

- Η **αιτιολόγηση** αφορά στην ικανότητα των μαθητών να αναλύουν μαθηματικές καταστάσεις και να διαμορφώνουν λογικούς ισχυρισμούς.

- Η **επικοινωνία** αφορά στην ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν τη **μαθηματική γλώσσα** για να εκφράσουν μαθηματικές έννοιες και ισχυρισμούς με **ακρίβεια, σαφήνεια και λογική**.
- Η **συσχέτιση** αφορά στην ικανότητα των μαθητών να παρατηρούν και να συσχετίζουν ιδέες και έννοιες μεταξύ τους. Οι συσχετίσεις αυτές δεν πρέπει να περιορίζονται μόνο μεταξύ μαθηματικών εννοιών. Πρέπει να επεκτείνονται και σε συσχετίσεις των μαθηματικών εννοιών με έννοιες από άλλες επιστήμες καθώς επίσης και μεταξύ μαθηματικών εννοιών και της καθημερινής ζωής. Αυτό βοηθάει τους μαθητές να καταλάβουν **γιατί μαθαίνουν τα μαθηματικά**.

Η **αιτιολόγηση** (άτυπη λογική), η **επικοινωνία** και η **συσχέτιση** πρέπει να διατρέχουν **όλα τα επίπεδα** της μαθηματικής εκπαίδευσης

- Η **μαθηματική μοντελοποίηση** είναι η διαδικασία με την οποία διαμορφώνουμε και βελτιώνουμε ένα μαθηματικό μοντέλο που αναπαριστά και επιλύει προβλήματα του πραγματικού κόσμου. Με τη μαθηματική μοντελοποίηση οι μαθητές μαθαίνουν:
 - ✓ να χρησιμοποιούν μια ποικιλία αναπαραστάσεων δεδομένων,
 - ✓ να επιλέγουν και να εφαρμόζουν κατάλληλες μαθηματικές μεθόδους και
 - ✓ να επιλέγουν εργαλεία για την επίλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου.

Οι **εφαρμογές** και η **μοντελοποίηση** παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην ανάπτυξη των Μαθηματικών. Η **κατανόηση** και η **εμπειρία** αποτελούν σημαντικό παράγοντα για να μπορέσουν οι μαθητές να επιλύσουν μαθηματικά **προβλήματα** και να **εφαρμόσουν τα μαθηματικά** σε προβλήματα του πραγματικού κόσμου.

7. Διαθέσεις-Τάσεις

Η **διάθεση** των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά διαμορφώνεται από τα **αποτελεσματικά πλεονεκτήματα** της μάθησης των Μαθηματικών. Τέτοια είναι:

- Η **αναγνώριση της χρησιμότητας** των Μαθηματικών μέσα από τις εφαρμογές τους και η **εμπιστοσύνη στη χρήση τους**.
- Το **ενδιαφέρον** και η **απόλαυση** που παρέχει η μελέτη των Μαθηματικών
- Η **αναγνώριση της ομορφιάς** και της **δύναμης** των Μαθηματικών
- Η **επιμονή** στην **επίλυση** ενός προβλήματος

Η **διάθεση** των μαθητών για τα Μαθηματικά διαμορφώνεται επίσης από τις εμπειρίες που αποκτούν κατά την πορεία της μάθησης. Κάνοντας τη μάθηση των Μαθηματικών **ευχάριστη, ουσιαστική και χρήσιμη** δημιουργείται **θετική διάθεση** για τα Μαθηματικά.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στο **σχεδιασμό των δραστηριοτήτων** για να οικοδομήσουμε την εμπιστοσύνη, την αγάπη και την εκτίμηση προς το αντικείμενο. Οι δραστηριότητες που δίνονται στους μαθητές πρέπει να αποτελούν προβλήματα μεγάλου ενδιαφέροντος για τα παιδιά, να απαιτούν **ειδικό σχεδιασμό προ της λύσης** και **εκτίμηση των αποτελεσμάτων μετά τη λύση**. Να προκαλούν για **διερεύνηση** και για **αναζήτηση εναλλακτικών τρόπων επίλυσης**.

8. Οι κυριότερες αλλαγές

Οι **κυριότερες αλλαγές** που φέρνει το προτεινόμενο αναλυτικό πρόγραμμα της ΕΜΕ στην **Άλγεβρα** και την **Ανάλυση** είναι:

- Οι εκθετικές και οι λογαριθμικές μεταφέρονται στη Γ' Λυκείου.
- 1-1 και αντίστροφες συναρτήσεις δεν υπάρχουν στο πρόγραμμα.

- Οι πρόοδοι μπαίνουν στην Α' Λυκείου πριν από τις συναρτήσεις
- Οι συναρτήσεις που διαπραγματευόμαστε στην Α' Λυκείου είναι $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2$, $f(x) = \frac{a}{x}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$. Οι έννοιες

μονοτονία, ακρότατα, άρτιες- περιττές και οι μετατοπίσεις προτείνουμε να προηγηθούν και να χρησιμοποιηθούν μόνο για τις παραπάνω συναρτήσεις.

- Στη Β' Λυκείου στους άξονες Άλγεβρα-Ανάλυση εντάσσονται: η Τριγωνομετρία, τα πολώνυμα, και με την ευκαιρία των σχετικών θέσεων ευθειών παρουσιάζεται και η επίλυση του 2×2 συστήματος με τη βοήθεια των οριζουσών, οι ορισμοί του ορίου της συνέχειας και της παραγώγου στο $\mathbb{R}$, οι παράγωγοι βασικών συναρτήσεων (εκτός των τριγωνομετρικών, των εκθετικών και λογαριθμικών), οι κανόνες παραγώγισης, ο ορισμός και το όριο ακολουθίας, η μαθηματική επαγωγή με απλά παραδείγματα, και τέλος η μεικτή πρόοδος με τη μορφή μιας δραστηριότητας.
- Στη Γ' Λυκείου στους άξονες Άλγεβρα-Ανάλυση εντάσσονται: Τα όρια και η παράγωγος τριγωνομετρικών και σύνθετων συναρτήσεων. Τα όρια στο $\mathbb{C}$. Οι εκθετικές και οι λογαριθμικές συναρτήσεις. Η έννοια της συνέχειας και της παραγώγισης σε κλειστά διαστήματα. Εδώ μπαίνουν όλα τα γνωστά θεωρήματα της συνέχειας και του διαφορικού λογισμού. Η μελέτη συναρτήσεων και οι κανόνες *De L' Hospital*. Το ορισμένο ολοκλήρωμα με τις εφαρμογές του (π.χ. όγκος στερεού εκ περιστροφής). Η αρχική συνάρτηση και το αόριστο ολοκλήρωμα με εφαρμογή του στην επίλυση της ειδικής μόνο διαφορικής εξίσωσης $f'(x) = k \cdot f(x)$, η λύση της οποίας οδηγεί στο νόμο της εκθετικής μεταβολής. Η μελέτη και διαπραγμάτευση μέρους των κωνικών τομών με τη χρήση εργαλείων της Ανάλυσης και οι μιγαδικοί αριθμοί που θα ολοκληρώνονται με τον τύπο De Moivre και την επίλυση εξισώσεων με μιγαδικούς συντελεστές.

Σχόλιο: επισημαίνουμε ότι τα όρια η συνέχεια και η παράγωγος μοιράστηκαν στις τάξεις Β' και Γ' και ακόμη ότι τα μη πεπερασμένα όρια και τα όρια στο άπειρο θα συνδεθούν άμεσα με τις ασύμπτωτες.

Για τη διαμόρφωση του αναλυτικού προγράμματος που παρουσιάζουμε, όπως είπαμε και στην αρχή, λάβαμε υπόψη, εκτός των άλλων, και τα προγράμματα χωρών που ασχολούνται συστηματικά με τη σύνταξη αναλυτικών προγραμμάτων και έχουν ιδιαίτερη παράδοση σε αυτά. Γνωρίζουμε ωστόσο ότι όσο καλά και αν σχεδιαστεί ένα αναλυτικό πρόγραμμα στο χαρτί δεν μπορεί να πετύχει το στόχο του αν οι αρχές και η φιλοσοφία του δεν υλοποιηθούν σωστά από τη συγγραφική ομάδα που θα το εφαρμόσει. Αν οι συγγραφείς μπορέσουν να μεταφέρουν τις αρχές και τη φιλοσοφία αυτού του προγράμματος στο σχολικό βιβλίο, πιστεύουμε ότι τότε θα έχουμε ένα καλό αποτέλεσμα. Η επιλογή δραστηριοτήτων και εφαρμογών, οι οποίες να προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών είναι κρίσιμη για την επιτυχία του προγράμματος. Τέλος επειδή και το βιβλίο δεν αποτελεί μέθοδο άνευ διδασκάλου απομένει στο δάσκαλο το καθήκον και η ευχαρίστηση να πετύχει με τον τρόπο του τον κυρίαρχο στόχο που πρέπει να είναι:

«οι μαθητές του να αγαπήσουν τα Μαθηματικά»

ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ

Δρ. Μιχαήλ Χρυσοβέργης
Μαθηματικός – Αστροφυσικός
τ. Σχολικός Σύμβουλος
Λέκτορας Σχολής Ικάρων

Εισαγωγή

Τα αναλυτικά προγράμματα για τα σχολεία μας αποτελούν έναν από τους τρεις βασικούς πυλώνες του τρίπτυχου: αναλυτικά προγράμματα – βιβλία – εκπαιδευτικοί. Η δομή των αναλυτικών προγραμμάτων σαν βασικό στόχο πρέπει να έχει την προετοιμασία των παιδιών και των εφήβων σε μια εκπαίδευση ενεργή και συμμετοχική, με αντίκρισμα τη γνώση, τη μόρφωση, την καλλιέργεια και να είναι επωφελής τόσο ατομικά όσο και συλλογικά, δίνοντας έτσι ώθηση στην κοινωνική, πολιτική και πολιτιστική ζωή της χώρας.

Προκειμένου τα αναλυτικά προγράμματα να είναι επιτυχή, πρέπει, εκτός των ανωτέρω, να συμβάλλουν στη διαμόρφωση δημοκρατικού ήθους και σεβασμού στη μακραίωνη παράδοση και λαμπρή ιστορία του τόπου μας. Η δομή, συνέχεια και συνέπειά τους θα πρέπει να διευκολύνει τους μαθητές και να προνοεί για το διαφορετικό κοινωνικό, πολιτιστικό και οικονομικό υπόβαθρό τους. Προϋπόθεση για την υλοποίηση των παραπάνω μακρόπνοων στόχων αποτελεί η εξασφάλιση της ισότιμης συμμετοχής των μαθητών, μέσω της συνταγματικής κατοχύρωσης της δεκάχρονης πλέον υποχρεωτικής εκπαίδευσης (Νηπιαγωγείο – Δημοτικό – Γυμνάσιο).

Διεθνής Εμπειρία

Σε ό,τι αφορά τα αναλυτικά προγράμματα διεθνώς, μέσα από κείμενα και πολιτικές που εφαρμόζονται, διαπιστώνεται πλέον ότι η μάθηση δεν εξασφαλίζεται με την κατοχή πληθώρας γνώσεων και την αποστήθιση κανόνων και κειμένων, χωρίς κριτική σκέψη. Ειδικότερα στην Ευρωπαϊκή Ένωση, με απαρχή τη Συνθήκη της Λισσαβόνας, έχουν υιοθετηθεί από το Συμβούλιο Παιδείας (2001) στρατηγικοί στόχοι με επιμέρους εκπαιδευτικούς δείκτες που αποσκοπούν τόσο στη βελτίωση των συστημάτων εκπαίδευσης, όσο και στην ολοένα αυξανόμενη πρόσβαση των πολιτών στα συστήματα εκπαίδευσης και κατάρτισης. Παρά τα παραπάνω, μετά την αξιολόγηση της προόδου ως τώρα, οι δείκτες δηλώνουν ότι:

A) δεν υπήρξε πρόοδος στη μείωση των ποσοστών των μαθητών με χαμηλές επιδόσεις στην ανάγνωση και γραφή μέχρι την ηλικία των 15 ετών και

B) δεν αυξήθηκαν τα ποσοστά των μαθητών που ολοκληρώνουν πλήρως τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (Στοιχεία PISA 2006)

Εντούτοις, μικρή πρόοδος εμφανίζεται στη συμμετοχή ενηλίκων στη δια βίου μάθηση και στη σχολική διαρροή. Ωστόσο, δεν παρατηρείται ουσιαστική βελτίωση των στόχων της Ε.Ε..

Στο Συμβούλιο Εκπαίδευσης της Ε.Ε. (2006), οι άξονες που τέθηκαν για τη δημιουργία βασικών ικανοτήτων για τη γνώση και τις δεξιότητες είναι οι ακόλουθοι:

1. σωστή επικοινωνία στη μητρική γλώσσα
2. επικοινωνία σε ξένες γλώσσες
3. μαθηματική ικανότητα
4. ψηφιακή ικανότητα
5. απόκτηση τρόπου σκέψης για την εκμάθηση
6. κοινωνικές και επικοινωνιακές ικανότητες
7. επιχειρηματική ικανότητα και πρωτοβουλία
8. πολιτισμική συνείδηση

Οι ανωτέρω προϋποθέσεις θέτουν τις βάσεις προκειμένου οι μαθητές να αποκτήσουν προσόντα για την ατομική γνώση, την ανάπτυξη επικοινωνίας και κοινωνικοποίησης, την πρόσβαση στη δια βίου μάθηση.

Ελληνική Πραγματικότητα

Οι στρατηγικές της Ε.Ε. αποτελούν βάση και για το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, για λόγους τόσο ουσιαστικούς όσο και τυπικούς, διότι:

Α) οι τίτλοι που εκδίδουν τα ελληνικά σχολεία πρέπει να είναι αντίστοιχα και ισότιμα πιστοποιημένοι με τα αντίστοιχα ευρωπαϊκά

Β) η γλωσσική επάρκεια και η γνώση της πληροφορικής είναι απαραίτητα εθνικά και ευρωπαϊκά εφόδια

Γ) ο σεβασμός των ανθρωπίνων δικαιωμάτων είναι προϋπόθεση για μια πολυπολιτισμική Ευρώπη

Δ) η διατήρηση της εθνικής ταυτότητας και παράδοσης αποτελεί ανάχωμα στη λήθη της μακραίωνης ιστορίας

Ε) η παροχή υψηλής γνώσης συνιστά αντιστάθμισμα στο διεθνή ανταγωνισμό

Στ) η δια βίου μάθηση προϋποτίθεται για την επαφή με τη ραγδαία τεχνολογική εξέλιξη

Παρούσα Κατάσταση

Είναι όμως δυνατό, όλες αυτές οι κατά τεκμήριο ορθές επιλογές να χωρέσουν σε ένα σύγχρονο ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα; Δυστυχώς, τα προβλήματα για τη σύνταξη ενός σύγχρονου και επιτυχούς τέτοιου προγράμματος και της σωστής εφαρμογής του είναι μεγάλα και αξίζει να σημειώσουμε μερικά:

- Η εξαιρετικά δύσκολη οικονομική συγκυρία αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα σωστής εφαρμογής, καθώς σχολεία συγχωνεύονται, οι μαθητές αυξάνονται ανά τμήμα και παρατηρείται έλλειψη τεχνολογικής υποδομής, ανομοιογένεια του μαθητικού πληθυσμού και δραματική μείωση της χρηματοδότησης των σχολείων. Οι διορισμοί καθηγητών είναι ελλιπείς και η αμοιβή τους απαράδεκτα χαμηλή, σε βαθμό που να τους οδηγεί σε δημοτικά, εκκλησιαστικά ή στρατιωτικά συστήματα και γενικά σε τραγική και αναξιοπρεπή κατάσταση

- Παρατηρείται έλλειψη συνοχής μεταξύ των βαθμίδων της εκπαίδευσης, κάτι που μέχρι σήμερα δεν έχει αντιμετωπιστεί αποτελεσματικά από τα αναλυτικά προγράμματα.

- Η παραδοσιακή διδασκαλία κυριαρχεί, ενώ παρατηρείται έλλειψη στην ανάπτυξη της συνεργασίας μεταξύ των μαθητών (π.χ. σε ομαδικές εργασίες).

- το ωρολόγιο πρόγραμμα λειτουργεί ασφυκτικά, χωρίς πρόβλεψη για δημιουργικές και καινοτόμες δράσεις.
 - Παρατηρείται μεγάλη απώλεια διδακτικών ωρών.
 - Η παρεχόμενη γνώση είναι τελικά χαμηλής ποιότητας, σε συνδυασμό και με την έλλειψη πολλαπλών εργαστηρίων πληροφορικής.
 - Το Λύκειο λειτουργεί ουσιαστικά ως σχολείο προπαρασκευής για την εισαγωγή στην Ανώτατη Εκπαίδευση.
 - Υπάρχει παντελής έλλειψη επιμόρφωσης των καθηγητών, των οποίων οι γνώσεις σε επιστήμες αιχμής θα πρέπει διαρκώς να ανανεώνονται.
 - Οι μαθητές αξιολογούνται στο Λύκειο σε μεγάλο βαθμό για την ικανότητά τους στην αποστήθιση.
- Πώς λοιπόν να υλοποιηθεί σωστά ένα αναλυτικό πρόγραμμα, υπό αυτές τις προϋποθέσεις;

Ελλιπής Εφαρμογή των Αναλυτικών Προγραμμάτων

Αλλά ας υποθέσουμε ότι κάποια στιγμή δημιουργείται ένα Αναλυτικό Πρόγραμμα, που να πληροί κατά το μέγιστο δυνατό βαθμό τις προϋποθέσεις εφαρμογής του. Ποιός θα το εφαρμόσει;

Δίνω ιδιαίτερη έμφαση στο παραπάνω ερώτημα, καταθέτοντας την προσωπική μου εμπειρία ως Σχολικός Σύμβουλος επί σχεδόν δεκαπενταετία και ως μέλος της συγγραφικής ομάδας του βιβλίου των Μαθηματικών της Γ' Γυμνασίου. Το βιβλίο γράφτηκε επί τη βάση του Διαθεματικού Ενιαίου Προγράμματος Σπουδών. Σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα του τότε Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, το οποίο δημοσιεύτηκε στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως, άρα έγινε νόμος του κράτους, το 10% των ωρών (περίπου 10 ώρες ετησίως) έπρεπε να διατίθεται για τη δημιουργία διαθεματικών προτάσεων μέσα στην τάξη, με βάση τα Μαθηματικά (στο βιβλίο υπάρχουν 5 διαθεματικές προτάσεις, ενώ στο βιβλίο του καθηγητή προτείνεται αυτές να διδαχθούν με τρόπο απλό και αναλυτικά καταγεγραμμένο). Είμαι βέβαιος – αν υπάρχει αντίθετη άποψη, παρακαλώ να κατατεθεί – ότι κανένας συνάδελφος δεν ασχολείται με αυτή τη δραστηριότητα σε όλη την επικράτεια.

Περεταίρω, καθεμία ενότητα από τις 33 του βιβλίου εισάγεται με μια δραστηριότητα. Πόσοι άραγε είναι οι συνάδελφοι που την παρουσίασαν; Τέλος, ποια είναι εκείνη η επιτροπή του ΥΠΕΠΔΒΜΘ και με ποιο νομικό υπόβαθρο (π.χ. Υπουργικές Αποφάσεις) καταργεί τους νόμους και διαγράφει ύλη άκριτα, κατακερματίζοντας το βιβλίο με τις όποιες συνέπειες; Θα ήθελα επίσης να θέσω το εξής ερώτημα; ποιος ή ποιοι θεώρησαν ότι έπρεπε να μη διδαχθεί το Θεώρημα του Θαλή στη γεωμετρία;

Θέλω να τονίσω, αφού συζητάμε για τα αναλυτικά προγράμματα, ότι η εισαγωγή του Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών από το Π.Ι. ήταν μια πρωτοπορία, καθώς για πρώτη φορά κατατέθηκε πρόταση (με τα όποια προβλήματα) της ύλης που έπρεπε να διδαχθεί ένας μαθητής, από την πρώτη τάξη του Δημοτικού ως την τελευταία τάξη του Λυκείου. Προσέξτε όμως ότι κι εδώ καταστρατηγήθηκε το αναλυτικό πρόγραμμα, αφού σύμφωνα με αυτό, σε κάθε σχολείο θα έπρεπε να δημιουργηθεί η Ευέλικτη Ζώνη. Δυστυχώς κάποια πιλοτικά σχολεία μόνο την εφήρμοσαν στο Γυμνάσιο και μέσα σε μια

τριετία καταργήθηκε. Εάν όμως είχε εφαρμοστεί σε όλα τα σχολεία, οι καθηγητές θα ήταν έτοιμοι και θα είχαν εμπειρία να περάσουν μετέπειτα στη διαθεματικότητα και κατόπιν αυτού στο πρόγραμμα του Project που ισχύει σήμερα για το Λύκειο. Είναι σίγουρο ότι για μια και πλέον 10ετία στερήσαμε τους μαθητές μας από τη δυνατότητα της συνεργασίας μεταξύ τους μέσα στην τάξη, κάτι που λείπει από το ελληνικό σχολείο και κατ' επέκταση κι από την ελληνική κοινωνία, παρά τις όποιες προτάσεις της Ε.Ε.

Στόχοι και Αρχές για τη δημιουργία των Αναλυτικών Προγραμμάτων

Οι στόχοι και οι αρχές των αναλυτικών προγραμμάτων πρέπει να αποσκοπούν πρωτίστως στην ισόρροπη και ισότιμη ανάπτυξη των γνωστικών αντικειμένων μέσα από τον αντίστοιχο σχεδιασμό της σύγχρονης διδασκαλίας:

- Οι ανωτέρω προϋποθέσεις πρέπει απαραίτητα να λαμβάνουν υπ' όψη και να συνεκτιμούν τις ατομικές γνωστικές διαφορές των μαθητών, όπως επίσης το οικονομικό, κοινωνικό, πολιτιστικό και τοπικό περιβάλλον.
- Δυστυχώς, οι διαφορές αυτές μεγεθύνονται από βαθμίδα σε βαθμίδα εκπαίδευσης, κάτι που πρέπει να προβλεφθεί κατά τη σύνταξη των αναλυτικών προγραμμάτων, ώστε να υπάρχει ομαλή μετάβαση στις διάφορες βαθμίδες.
- Πρέπει να προβλέπεται ο σεβασμός της διαφορετικότητας μεταξύ των μαθητών, ώστε να δημιουργείται κλίμα εμπιστοσύνης από όλους μέσα στην τάξη.
- Το αναλυτικό πρόγραμμα πρέπει υποχρεωτικά να καθορίζει το ελάχιστο της παρεχόμενης γνώσης, ώστε τα σχολικά βιβλία να συγγράφονται με υποχρεωτικό βαθμό κλιμακούμενης δυσκολίας.
- Επιβάλλεται η θεσμοθετημένη συνεργασία των μαθητών, όχι μόνο για στόχους μάθησης, αλλά και για τη σφυρηλάτηση πρακτικών και δεξιοτήτων για τη ζωή τους.
- Πρέπει να αναδεικνύεται η διαχρονική πρόοδος μέσα από την Ιστορία της Επιστήμης, ώστε να εξάγονται συμπεράσματα αληθή και να αποφεύγεται η υιοθέτηση δογματισμών και οι δοξασιών.
- Ο διδάσκων πρέπει να είναι ελεύθερος να παίρνει πρωτοβουλίες, αλλά και να υπάρχει συνεχής, σύγχρονη υποστήριξη του έργου του.
- Πρέπει να αναπτύσσεται η κριτική σκέψη και οι πρωτοβουλίες διαφορετικής προσέγγισης των θεμάτων από τους μαθητές κι όχι η στείρα απομνημόνευση.
- Πρέπει να ερευνάται και να αξιοποιείται η τοπική ιστορία του εκάστοτε σχολείου.

Τα παραπάνω όμως μπορούν να γίνουν εφικτά μόνο με ένα δάσκαλο περήφανο για το έργο που προσφέρει, αξιοπρεπώς αμειβόμενο και οπωσδήποτε συμφιλιωμένο με την όποια ιεραρχία τον περιβάλλει.

Η πρόταση Αναλυτικού Προγράμματος της ΕΜΕ Γυμνασίου – Λυκείου για τη Γεωμετρία και τη Στατιστική

Σβέρκος Ανδρέας

Μαθηματικός- τ. σχολικός σύμβουλος

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Στην πρόταση Α. Π. προτείνουν δυο ακόμα άξονες, εκείνους της Γεωμετρίας και της Στατιστικής, οι οποίοι διατρέχουν και τις έξι τάξεις Γυμνασίου – Λυκείου.

Με τη Γεωμετρία, ως γνωστόν, διδάσκουμε τις ιδιότητες και τις μεθόδους μέτρησης των σχημάτων (επίπεδων και στερεών). Για διδακτικούς λόγους διακρίνουμε τη Γεωμετρία σε Πρακτική Γεωμετρία και Θεωρητική Γεωμετρία. Προτείνεται η Πρακτική Γεωμετρία να διδάσκεται στην Α' και στη Β' τάξεις Γυμνασίου, ενώ η διδασκαλία της Θεωρητικής Γεωμετρίας να αρχίζει στην Γ' Γυμνασίου και να ολοκληρώνεται στη Β' Λυκείου. Στον άξονα της Γεωμετρίας εντάσσονται και η Αναλυτική Γεωμετρία με τον Διανυσματικό Λογισμό.

Το ακριβές περιεχόμενο της πρότασης του Α. Π. το έχετε στα χέρια σας ή μπορείτε να το βρείτε στην ιστοσελίδα της ΕΜΕ. Για το λόγο αυτό θα αναφέρουμε ορισμένες παρατηρήσεις πάνω στο πνεύμα του Α.Π. και την υλοποίηση του.

Πρακτική Γεωμετρία

Στην Πρακτική Γεωμετρία η κατανόηση των ιδιοτήτων των σχημάτων και η εύρεση των τύπων μέτρησης τους είναι αποτέλεσμα σχεδίασης, κατασκευών, μετρήσεων, παρατηρήσεων και πειραματισμού, δηλαδή βαίνουμε από τα επιμέρους στο όλον, ή, όπως λέμε, εφαρμόζουμε την επαγωγική μέθοδο διδασκαλίας. Για παράδειγμα, ο τύπος του όγκου ενός κώνου θα προκύψει από το πείραμα του γεμίσματος ενός κυλίνδρου ίδιας βάσης και ίδιου ύψους με έναν κώνο.

Θεωρητική Γεωμετρία

Στη Θεωρητική Γεωμετρία οι εμπειρικές γνώσεις του Γυμνασίου κατοχυρώνονται και γενικεύονται μέσω της αποδεικτικής διαδικασίας. Δηλαδή, ξεκινώντας από τις πρώτες έννοιες, τα αξιώματα και τους ορισμούς και, χρησιμοποιώντας τους κανόνες και τους νόμους της λογικής, διατυπώνουμε νέες αληθείς προτάσεις, τα θεωρήματα, για την αλήθεια των οποίων δεν μπορεί να αμφιβάλλει κανείς. Τα θεωρήματα που έχουν αποδειχθεί χρησιμοποιούνται για την απόδειξη νέων θεωρημάτων κτλ.

Προκειμένου να διδαχθούν και τα κεφάλαια της Στερεομετρίας, η διδασκαλία της οποίας κρίνεται απαραίτητη όχι μόνο για τις ανάγκες της καθημερινής ζωής αλλά και για τη συνέχιση των σπουδών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, στο Α.Π. προτείνεται:

- Περιορισμός της διδασκαλίας στα απολύτως απαραίτητα θεωρήματα και έννοιες της Γεωμετρίας, χωρίς κατακλυσμό ασκήσεων και χωρίς να καθυστερεί η

διδασκαλία με περιπτώσεις που δεν έχουν ουσιαστικά να προσθέσουν τίποτα στην εννοιολογική κατανόηση της.

- Ιδιαίτερο βάρος να δίνεται στην απόδειξη των βασικών θεωρημάτων
- Περιορισμός της γεωμετρίας των μετρικών σχέσεων στο πυθαγόρειο θεώρημα και το νόμο των συνημιτόνων.

Ασφαλώς για την υλοποίηση ενός τέτοιου Α. Π. Γεωμετρίας θα χρειαστεί νέο διδακτικό βιβλίο Γεωμετρίας, ευσύνοπτο , ουσιαστικό , με λογικό αριθμό ασκήσεων που να μπορεί να διδαχθεί στον προβλεπόμενο χρόνο.

Δυο διευκρινήσεις :

1. Όταν στο Α.Π. αναφέρεται η διδασκαλία των γεωμετρικών τόπων , εννοείται η διδασκαλία των βασικών γεωμετρικών τόπων και όχι ένας κατακλυσμός προβλημάτων αναζήτησης γεωμετρικών τόπων. Ενδιαφέρει η εννοιολογική κατανόηση του όρου «γεωμετρικός τόπος», ο οποίος θα μπορεί να χρησιμοποιείται και σε άλλες περιοχές, όπως τους μιγαδικούς, την αναλυτική γεωμετρία κτλ.
2. Επίσης, όταν στο Α.Π. αναφέρεται η διδασκαλία της «αναλυτικής και συνθετικής μεθόδου» εννοείται η χρησιμοποίηση της μεθόδου αυτής για την επίλυση απλών προβλημάτων κατασκευών, με στόχο να εφοδιαστούν οι μαθητές με έναν πολύτιμο τρόπο ανίχνευσης δρόμων επίλυσης προβλημάτων στο σύνθετο τεχνικό και οικονομικό περιβάλλον στο οποίο ζουν σήμερα.

Αναλυτική Γεωμετρία - Διανύσματα

Στα τμήματα κατεύθυνσης της Β΄ Λυκείου προτείνεται η διδασκαλία των διανυσμάτων και της αναλυτικής εξίσωσης ευθείας , ενώ στα τμήματα κατεύθυνσης της Γ΄ Λυκείου προτείνεται η διδασκαλία των κωνικών τομών. Μια τέτοια διάταξη της ύλης θα επιτρέψει τη διδασκαλία των εφαπτομένων των κωνικών και των ασύμπτωτων της υπερβολής με συνεπή προς την ανάλυση τρόπο.

Σε περίπτωση που διατεθούν περισσότερες διδακτικές ώρες με τη λειτουργία μαθημάτων επιλογής , προτείνεται να διδαχθούν Διανύσματα και Αναλυτική Γεωμετρία του Χώρου των τριών διαστάσεων.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Ο άξονας Στατιστική- Πιθανότητες διατρέχει επίσης όλες τις τάξεις Γυμνασίου-Λυκείου. Αρχίζοντας από τους στατιστικούς πίνακες και τα ποσοστά στην Α΄ Γυμνασίου, καταλήγουμε στα μέτρα θέσης στη Γ΄ Γυμνασίου. Στην Α΄ Λυκείου προβλέπονται Στοιχεία πιθανοτήτων, στη Β΄ Λυκείου τα μέτρα διασποράς και στη Γ΄ Λυκείου ολοκληρώνεται ο άξονας αυτός με την Γραμμική Παλινδρόμηση, τη Συνδυαστική και τη Δεσμευμένη Πιθανότητα.

Σε περίπτωση που διατεθούν περισσότερες διδακτικές ώρες με τη λειτουργία μαθημάτων επιλογής , προτείνεται να διδαχθούν η κατανομή Bernoulli, η Κανονική

Κατανομή, το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα και τα Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή.

Η Περιγραφική Στατιστική διδάσκει στους μαθητές τη συνοπτική και αποτελεσματική παρουσίαση των δεδομένων. Τα στοιχεία Θεωρίας Πιθανοτήτων διδάσκουν στους μαθητές τις μεθόδους με τις οποίες προσδιορίζουμε ένα μέτρο της βεβαιότητας με την οποία προβλέπουμε να πραγματοποιηθεί ένα ενδεχόμενο.

Πρέπει να επισημανθεί όμως ότι μέχρι τώρα η διδασκαλία της Στατιστικής στο Λύκειο εντάσσονταν στη λογική της διδασκαλίας των Μαθηματικών, με αποτέλεσμα η προσοχή και το βάρος να εξαντλείται περισσότερο στους τύπους υπολογισμού παραμέτρων και πολύ λιγότερο στο τι αντιπροσωπεύουν οι στατιστικές έννοιες. Αυτό ενισχύονταν πολλές φορές και από τα θέματα των πανελλαδικών εξετάσεων τα οποία, κάνοντας ανύπαρκτες διασυνδέσεις μεταξύ Στατιστικής και Μαθηματικών του τύπου «αν το μέγιστο της συνάρτησης είναι η μέση τιμή της κατανομής και το σημείο καμπής είναι η διάμεσος, να βρεθούν κτλ.» , οδηγούσαν τη διδασκαλία της Στατιστικής εκτός των επιδιωκόμενων στόχων της.

Για το λόγο αυτό πρέπει να απαντηθεί το ερώτημα αν η Στατιστική είναι Μαθηματικά. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι ότι η Στατιστική χρησιμοποιεί Μαθηματικά, αλλά:

1. Η Στατιστική είναι επιστήμη που εργάζεται με επαγωγικό τρόπο, δηλαδή από επιμέρους παρατηρήσεις καταλήγει σε συμπεράσματα
2. Τα στατιστικά συμπεράσματα αποκτούν νόημα μέσα στο πλαίσιο αναφοράς των δεδομένων (σε αντίθεση με τα Μαθηματικά όπου τα πλαίσια συσκοτίζουν την καθαρότητα των εννοιών και τελικά πρέπει να απομακρυνθούμε από αυτά).

Τελειώνοντας, πρέπει να πούμε ότι ένα Α. Π. για τα Μαθηματικά στη μέση εκπαίδευση, οφείλει μεν να λαμβάνει υπόψη την εκπαιδευτική πραγματικότητα (οργάνωση και λειτουργία της εκπαίδευσης, διατιθέμενες ώρες διδασκαλίας, σκοποί διδασκαλίας των Μαθηματικών κτλ.), αλλά δεν μπορεί σε καμιά περίπτωση να παραβλέπει τα Α. Π. άλλων χωρών και μάλιστα των ευρωπαϊκών χωρών με τις οποίες ζούμε στο ίδιο περίπου τεχνολογικό και οικονομικό περιβάλλον.

Στην εποχή μας, οι αυριανοί πολίτες που θα τελειώσουν τη μέση εκπαίδευση, θα ζήσουν σε πολυσύνθετο περιβάλλον στο οποίο για να το κατανοήσουν, να λειτουργήσουν σε αυτό ή να το μεταβάλλουν , χρειάζεται να εκδηλώνουν διάφορες ενέργειες που περιγράφονται με ρήματα όπως: αναλύω, απλοποιώ, αξιολογώ, αποδεικνύω, αποφασίζω, γενικεύω, διατυπώνω, δικαιολογώ, εξερευνώ, εξηγώ, ερμηνεύω, ισχυρίζομαι, κατατάσσω, μετασχηματίζω, οργανώνω, παρουσιάζω, πειραματίζομαι, σκέπτομαι, συγκρίνω, συνδυάζω, συνθέτω, συνοψίζω, σχεδιάζω, τακτοποιώ, υποθέτω κτλ. Κανένας δεν μπορεί να αμφιβάλλει ότι ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία για την άσκηση των μαθητών στις ενέργειες αυτές είναι η Γεωμετρία και η Στατιστική.