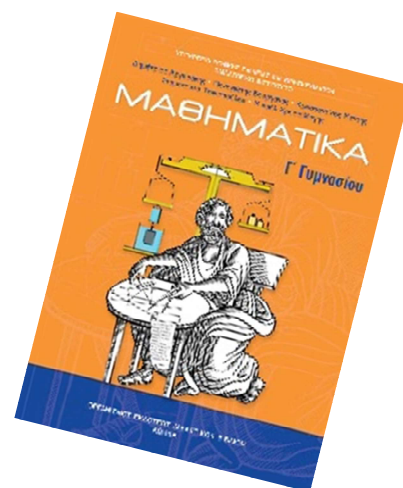
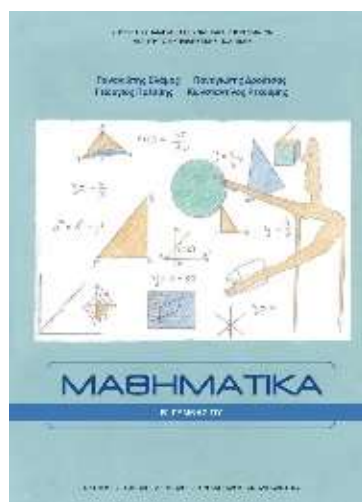
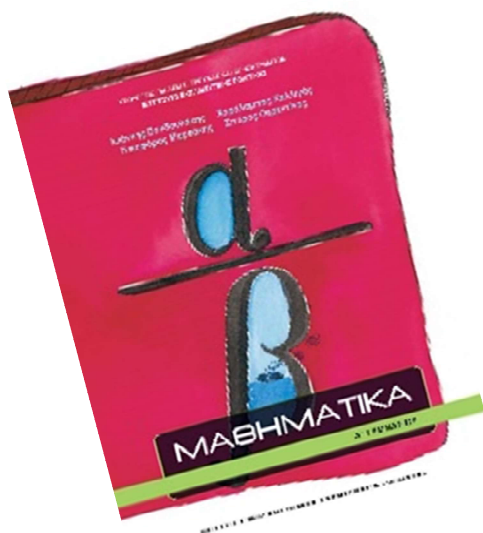




100 Χρόνια Ε.Μ.Ε.
ΧΡΥΣΟ ΜΕΤΑΛΛΙΟ
ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΡΟΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2020

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στόχος του κειμένου είναι η διατύπωση μιας ολοκληρωμένης πρότασης για τις γνώσεις και τις ικανότητες τις οποίες θα πρέπει να έχει ο/η μαθητής/τρια με την ολοκλήρωση της φοίτησής του στο Γυμνάσιο.

Κρίθηκε σκόπιμο να αναλυθεί η πρόταση αυτή σε επιμέρους προτάσεις που αφορούν κάθε τάξη του Γυμνασίου. Στο τέλος θα παρουσιαστεί η τελική συνθετική πρόταση με βάση τις επιμέρους προτάσεις.

Έχει γίνει προσπάθεια να αρθρωθούν όλες οι προτάσεις πάνω στο ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) και ιδιαίτερα στο περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων ώστε να είναι άμεσα αξιοποιήσιμες από τους εκπαιδευτικούς.

Εδώ θα πρέπει να τονιστεί με έμφαση ότι οι εν λόγω προτάσεις δεν έχουν στόχο να υποκαταστήσουν το ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών αλλά να το ενισχύσουν, ιδιαίτερα στον τομέα της ανάδειξης των μαθηματικών ικανοτήτων που συνδέονται με κάθε περιεχόμενο του.

Πριν από οποιαδήποτε ανάλυση του περιεχομένου των Μαθηματικών του Γυμνασίου αναφέρουμε το γενικό πλαίσιο μέσα στο οποίο θα κινηθούν όλες οι επιμέρους αναλύσεις. Είναι ο στόχος για την αντίληψη που οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν για τα Μαθηματικά όπως συνοψίζεται στα παρακάτω:

Η γενική αντίληψη που θα πρέπει να έχουν οι μαθητές μετά την αποφοίτησή τους από το Γυμνάσιο θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω πτυχές.

α) Τα Μαθηματικά είναι μία χρήσιμη γνώση καθώς είναι εφαρμόσιμα στον πραγματικό κόσμο.

β) Οι Μαθηματικές έννοιες προκύπτουν μέσα από διαδικασίες γενίκευσης και για αυτό είναι αφηρημένες αλλά και για αυτό είναι κατάλληλα μοντέλα για ένα μεγάλο πλήθος ειδικών περιπτώσεων.

γ) Τα Μαθηματικά δεν είναι αυθαίρετη γνώση αλλά όλες οι προτάσεις τεκμηριώνονται με βάση βασικές γνώσεις και λογικούς συλλογισμούς.

Το εγχειρίδιο αυτό στη συνέχεια περιλαμβάνει:

1)	Υλικό για την Α' Γυμνασίου	Σελ. 4-10
2)	Υλικό για την Β' Γυμνασίου	Σελ. 11-19
3)	Υλικό για την Γ' Γυμνασίου	Σελ. 20-27
4)	Γενικές επισημάνσεις	Σελ. 28-29

Στην αρχή κάθε μίας από τις παραπάνω ενότητες παρατίθεται πίνακας περιεχομένων.

Περιεχόμενα Α΄ Γυμνασίου

Μέρος Α: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ-ΑΛΓΕΒΡΑ

1)	Φυσικοί αριθμοί	σελ. 3
2)	Κλάσματα	σελ. 3-4
3)	Δεκαδικοί αριθμοί	σελ. 4
4)	Εξισώσεις - Προβλήματα	σελ. 5
5)	Ποσοστά	σελ. 6
6)	Ανάλογα ποσά – Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	σελ. 6-7

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1)	Βασικές Γεωμετρικές έννοιες	σελ. 8
2)	Συμμετρία ως προς άξονα και ως προς σημείο	σελ. 8-9
3)	Βασικά Γεωμετρικά σχήματα	σελ. 9-10

ΜΕΡΟΣ Α: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ – ΑΛΓΕΒΡΑ

1) Φυσικοί αριθμοί

Θα πρέπει να δοθεί έμφαση στην κατασκευή του συνόλου των Φυσικών αριθμών. Στην κατεύθυνση αυτή θα πρέπει να εμπλουτισθεί το υλικό με δραστηριότητες συνδυαστικής κατασκευής αριθμών από συγκεκριμένα ψηφία. Για παράδειγμα:



Διάλεξε έναν τριψήφιο αριθμό. Βρες όλους τους διαφορετικούς τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν όταν εναλλάξεις τα ψηφία του αριθμού που διάλεξες και γι αυτούς με όλους τους δυνατούς τρόπους.

- Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος;
- Γράψε όλους τους αριθμούς που βρήκες με σειρά αύξουσα, δηλαδή απ μικρότερο προς το μεγαλύτερο.
- Στη συνέχεια, γράψε τους ίδιους αριθμούς με φθίνουσα σειρά.

Δραστηριότητες όπως η παραπάνω του σχολικού εγχειριδίου αποτελούν μία πρώτη τάξεως ευκαιρία αφενός οι μαθητές να δημιουργήσουν και να συγκρίνουν Φυσικούς αριθμούς αφετέρου δε να αναπτύξουν την ικανότητα εύρεσης συνδυασμών (**συνδυαστική ικανότητα**).

Όσον αφορά στις πράξεις μεταξύ Φυσικών αριθμών προτείνεται ο εμπλουτισμός του υλικού με δραστηριότητες **νοερών υπολογισμών** και **εκτίμησης** του αποτελέσματος μιας πράξης μεταξύ πολυψήφων αριθμών. Οι δραστηριότητες αυτής της μορφής συμβάλλουν στην ανάπτυξη **της αριθμητικής ικανότητας** των μαθητών.

Δ1) Ποιο από τα παρακάτω είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 1.356×2.217
 Α) 2.532.142 **Β) 3.006.252** Γ) 3.006.254 Δ) 6.006.252

2) Κλάσματα

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν ότι ανάλογα με το πρόβλημα που καλούνται να λύσουν θα πρέπει να αντιλαμβάνονται το κλάσμα είτε ως μέρος ενός ποσού, είτε ως λόγο δύο ποσοτήτων (συνήθως αριθμητικών), είτε ως διαίρεση (πράξη). Η προσέγγιση του κλάσματος ως διαίρεση είναι χρήσιμη κατά την μετατροπή ενός

ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΗΣ ΕΜΕ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό. Η προσέγγιση του κλάσματος ως λόγο δύο ποσοτήτων είναι ιδιαίτερα λειτουργική στην περίπτωση των ισοδυνάμων κλασμάτων.

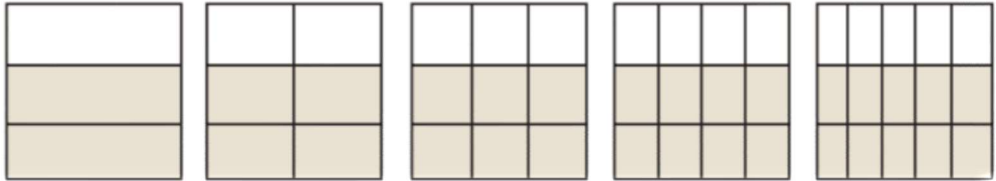
Η περίπτωση των ισοδυνάμων κλασμάτων. (το κλάσμα ως λόγος-σχέση ποσοτήτων)

Εδώ, όπως και στις δυνάμεις, οι διαφορετικές παραστάσεις των ισοδυνάμων κλασμάτων ενισχύουν την κατανόηση της έννοιας αυτής.

Στο σχολικό εγχειρίδιο υπάρχει η παρακάτω δραστηριότητα **μετάφρασης** από το Γεωμετρικό πλαίσιο στο συμβολικό.

α παρακάτω πέντε τετράγωνα είναι χωρισμένα αντίστοιχα, σε ίσα μέρη.

- Προσπάθησε να βρεις για καθεμία περίπτωση το κλάσμα του τετραγώνου που αποτελεί το χρωματισμένο μέρος του;
- Στη συνέχεια σύγκρινε τα κλάσματα, που θα βρεις μεταξύ τους.
- Τι παρατηρείς για τα κλάσματα που βρήκες;



Στη σύγκριση των κλασμάτων η μέθοδος του σχολικού εγχειριδίου έχει μορφή αλγορίθμου που θα μπορούσε να αναλυθεί σε βήματα:

- 1) Διάβασε τα κλάσματα
- 2) Αν έχουν ίσους αριθμητές → Σύγκρινε τους παρονομαστές
- 3) Αν έχουν ίσους παρονομαστές → Σύγκρινε τους αριθμητές
- 4) Αν έχουν διαφορετικούς αριθμητές και παρονομαστές τότε:
 - 4α) Βρες το ΕΚΠ των παρονομαστών
 - 4β) Διάαιρεσε το ΕΚΠ με τον παρονομαστή του ενός και του άλλου κλάσματος
 - 4γ) Πολλαπλασίασε τον αριθμητή και παρονομαστή κάθε κλάσματος με το αντίστοιχο πηλίκιο.
 - 4δ) Επιστροφή στο βήμα 3)

Εδώ θα πρέπει να επισημανθεί ότι η συμμετοχική δημιουργία του παραπάνω αλγορίθμου από τους μαθητές της τάξης με τη βοήθεια του διδάσκοντα, εκτός από την βαθύτερη κατανόηση της διαδικασίας σύγκρισης κλασμάτων, συμβάλλει και στην ανάπτυξη μιας, **της αλγοριθμικής ικανότητας**.

3) Δεκαδικοί αριθμοί

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν τις δύο βασικές μορφές ρητών αριθμών όταν αυτοί είναι γραμμένοι σε δεκαδική μορφή, δηλαδή σε αυτούς που έχουν πεπερασμένο αριθμό δεκαδικών ψηφίων και σε αυτούς που τα δεκαδικά τους ψηφία επαναλαμβάνονται περιοδικά. Σε αυτή την κατεύθυνση οδηγούνται οι μαθητές σταδιακά, μέσα από την μετατροπή των κλασμάτων σε δεκαδικούς αριθμούς, αρχής γενομένης από τα δεκαδικά κλάσματα.

Η **μετάφραση** της συνολικής αξίας μίας σειράς νομισμάτων του ευρώ ή μιας μέτρησης τους μήκους ενός αντικειμένου από την εικόνα στον τυπικό συμβολισμό θα συμβάλει στην απόδοση νοήματος στον δεκαδικό συμβολισμό.



4) Εξισώσεις - Προβλήματα

Η διδασκαλία των εξισώσεων και της επίλυσης προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων στοχεύουν στο να εισάγουν τους μαθητές σε διαδικασίες αφηρημένης σκέψης και στην ανάπτυξη της **ικανότητας αλγεβρικού συλλογισμού**.

Η διδασκαλία θα πρέπει να έχει ως αφετηρία την έννοια της μεταβλητής. Η δυνατότητα να χειρίζονται οι μαθητές αποτελεσματικά γράμματα στη θέση των αριθμών προϋποθέτει την κατανόηση του ρόλου της μεταβλητής ως γενικευμένου αριθμού. Στην κατεύθυνση αυτή είναι σημαντικές δραστηριότητες **μετάφρασης** από το λεκτικό πλαίσιο στο συμβολικό και αντιστρόφως, όπως αυτές που περιέχονται στο σχολικό εγχειρίδιο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

Προσπάθησε να μεταφράσεις τις παρακάτω προτάσεις, με τη βοήθεια αριθμών και γραμμάτων.



- ο επόμενος ενός φυσικού αριθμού
- ο προηγούμενος ενός φυσικού αριθμού
- ένας άρτιος φυσικός αριθμός
- ένας περιττός φυσικός αριθμός
- τα πολλαπλάσια του 3
- το διπλάσιο ενός αριθμού
- ένας αριθμός αυξάνεται κατά 8
- ένας αριθμός ελαττώνεται κατά 4
- το τετραπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2, μας δίνει 22
- αν σε έναν αριθμό προσθέσουμε 5, το άθροισμα γίνεται 8

Η **ικανότητα επίλυσης προβλημάτων** αποτελεί την κορωνίδα των μαθηματικών ικανοτήτων καθώς προϋποθέτει την ανάπτυξη και τον συντονισμό των υπολοίπων μαθηματικών ικανοτήτων. Η **ικανότητα μετάφρασης** του προβλήματος από τη φυσική γλώσσα στη συμβολική με χρήση μίας ή περισσότερων μεταβλητών είναι από τις πλέον βασικές προϋποθέσεις για την επιτυχή λύση ενός προβλήματος.

Η επιτυχημένη μετάφραση του προβλήματος είναι αποτέλεσμα μιας μεθοδικής ανάλυσης του προβλήματος όπως στη δραστηριότητα που ακολουθεί:

Στο σχολικό εγχειρίδιο επιλύεται αναλυτικά το παρακάτω πρόβλημα:

2.

Η δεξαμενή της κοινότητας χωράει 3.000 m^3 νερό. Κάθε μέρα ξοδεύονται 300 m^3 από τα νοικοκυριά και άλλα 200 m^3 από τις βιοτεχνίες. Για τη συντήρηση του δικτύου, σταμάτησε η παροχή νερού προς τη δεξαμενή. Τέσσερις ημέρες μετά την έναρξη των εργασιών αποφασίζεται να ξοδεύονται μόνο 400 m^3 συνολικά κάθε ημέρα. Πόσες ημέρες ακόμη πρέπει να κρατήσουν τα έργα συντήρησης, ώστε να μη μείνουν χωρίς νερό οι κάτοικοι της κοινότητας;

Στο σχολικό εγχειρίδιο γίνεται ανάλυση του κειμένου, δηλαδή του γλωσσικού πλαισίου, η οποία ανάλυση καταλήγει στη συμβολική έκφραση μέσω μιας εξίσωσης.

Το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί με την εξίσωση:

“ ω σό νερού ω ον καταναλώνεται” = “ ω σό νερού δεξαμενής” ή αναλυτικότερα:

“ ω σό νερού ω ον καταναλώνεται στις τέσσερις ημέρες της συντήρησης” + “ ω σό νερού ω ον καταναλώνεται στις εθελόον ημέρες συντήρησης” = “ ω σό νερού δεξαμενής”.

ή

$$(300+200) \cdot 4 + 400 \cdot x = 3.000$$

Είναι ανάγκη να εμπλουτισθεί το υλικό με δραστηριότητες συστηματικής **μετάφρασης** του κειμένου ενός προβλήματος στο χώρο των συμβόλων.

5) Ποσοστά

Το κεφάλαιο των ποσοστών χρειάζεται να αναπτυχθεί σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με τη μορφή που έχει στο υπάρχον σχολικό βιβλίο της Α' Γυμνασίου.

Για παράδειγμα: χρειάζεται ο μαθητής να αντιλαμβάνεται την έννοια του ποσοστού στις διάφορες εκφράσεις που συνδέονται με ποσοστά μέσα από παραδείγματα της καθημερινής ζωής, να μετατρέπει ένα κλάσμα σε ποσοστό και αντίστροφα, να μετατρέπει ένα δεκαδικό σε ποσοστό αντίστροφα, να συνδέει την έννοια του ποσοστού με την έννοια των ομωνύμων κλασμάτων, να υπολογίζει το ποσοστό ενός συγκεκριμένου αριθμού, να υπολογίζει τα ποσοστά που αντιστοιχούν σε διαδικασίες – έννοιες της καθημερινής ζωής πχ αύξηση, ελάττωση, κέρδος, ζημιά, έκπτωση, κλπ. Ακόμη η έννοια των ποσοστών είναι απαραίτητη για την κατανόηση και επίλυση προβλημάτων άλλων γνωστικών αντικειμένων όπως Χημεία, Οικονομία κλπ

6) Ανάλογα ποσά – Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

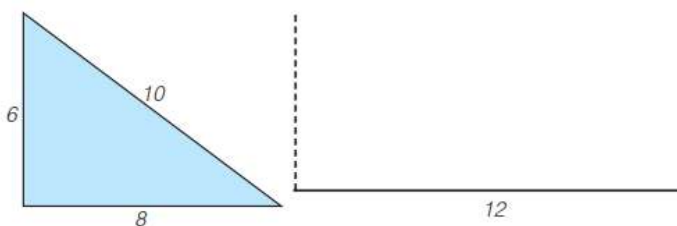
Όπως και το κεφάλαιο των ποσοστών, έτσι και το κεφάλαιο των αναλογιών χρειάζεται να αναπτυχθεί σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με τη μορφή που έχει στο υπάρχον σχολικό βιβλίο της Α' Γυμνασίου και αποτελεί σφάλμα το γεγονός ότι αφαιρέθηκε από την εξεταστέα ύλη των Μαθηματικών της Α' Γυμνασίου.

Εδώ θα πρέπει να γίνει μία αρκετά εκτενής αναφορά στην έννοια του λόγου δύο ποσών εν γένει και όχι μόνο στον λόγο δύο αριθμών. Οι μαθητές θα πρέπει να εκλαμβάνουν τον λόγο δύο ποσών ως μία σχέση που τα συνδέει. Επειδή αυτή η προσέγγιση είναι ιδιαίτερα γενική και αφηρημένη για τους μαθητές θα πρέπει αρχικά ο λόγος να παρουσιαστεί ως εργαλείο σύγκρισης.

Είναι ανάγκη να τονισθεί η ιδιαίτερη σημασία της κατ' αναλογία σκέψης (ή **αναλογικού συλλογισμού**) που είναι η παραδοχή ότι αν οι διαδικασίες και οι μηχανισμοί ενός συστήματος Α (σύνολο, φαινόμενο, πρόβλημα, κ.ά.) αντιστοιχίζονται με τα αντίστοιχα στοιχεία ενός συστήματος Β, τότε οι συνέπειες (τα συμπεράσματα, οι επεξηγήσεις, οι λύσεις, κλπ.) που αφορούν το σύστημα Α έχουν τη δυνατότητα, αν ισχύουν ορισμένες προϋποθέσεις, να μεταφέρονται και στο σύστημα Β. Είναι απαραίτητο ο μαθητής να κατανοήσει ότι με τον όρο αναλογική σκέψη (ή αναλογικός συλλογισμός) εννοούμε τη χρήση στοιχείων από μια κατάσταση πραγμάτων προκειμένου να κατανοήσουμε μια άλλη κατάσταση, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση πλήθους φαινομένων που έχουν παρόμοια δομή. Σύμφωνα με τον Ρολγιά (1954) η μαθηματική αναλογία αποτελεί ειδική περίπτωση του αναλογικού συλλογισμού.

Ακόμη χρειάζεται να τονισθεί ότι η διάκριση μεταξύ αναλογικού και προσθετικού συλλογισμού είναι μια πολύ σημαντική ικανότητα του ατόμου. Για παράδειγμα, κατά την διαχείριση της παρακάτω δραστηριότητας του σχολικού βιβλίου της Α' Γυμνασίου (σελ. 90) αρκετοί μαθητές στηριζόμενοι στο ότι $12 = 8 + 4$, θεωρούν ότι η άλλη κάθετος πλευρά του υπό κατασκευή τριγώνου θα έχει μήκος $6 + 4 = 10$.

Σχεδιάσε το τρίγωνο του διπλανού σχήματος και μετά σχεδιάσε το μεγεθυμένο, ώστε η πλευρά μήκους 8 cm να έχει νέο μήκος 12 cm.



Γενικότερα είναι ανάγκη να επισημανθεί η λάθος εφαρμογή του αναλογικού συλλογισμού σε καταστάσεις που αυτός δεν ισχύει (ψευδοαναλογίες).

Χαρακτηριστικό, είναι το παράδειγμα που αναφέρεται από την Κολέζα (2012), όπου το λάθος $x^2-10x+21=12$ ή $(x-7)(x-3)=12$ ή $x-7=12$, ή $x-3=12$, βασίζεται πάνω στην κατ' αναλογία αντιμετώπιση με το σχήμα : $x^2-5x+6=0$ ή $(x-3)(x-2)=0$ ή $x-3=0$, ή $x-2=0$.

Τα προβλήματα αναλογιών αποτελούν μία σημαντική περιοχή στην οποία οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναπτύξουν την ικανότητα **επαγωγικού συλλογισμού** και ιδιαίτερα την πτυχή της ικανότητας αυτής που χαρακτηρίζεται ως **αναλογική σκέψη**. Ας δούμε ως παράδειγμα την παρακάτω άσκηση από το σχολικό εγχειρίδιο.

4. Δύο εργάτες δούλεψαν σε μια οικοδομή και πήραν μαζί 270 €. Ο πρώτος δού, ημέρες και ο δεύτερος 5 ημέρες. Πόσα χρήματα αντιστοιχούν στον καθένα.

Εδώ ζητείται από τους μαθητές να μοιράσουν το ποσό των 270€ σε μέρη ανάλογα των αριθμών 4 και 5. Ο μερισμός σε μέρη ανάλογα αποτελεί μία πρώτης τάξεως ευκαιρία ώστε μέσω κατάλληλων στρατηγικών επίλυσης οι μαθητές να αναπτύξουν την ικανότητα **αναλογικής σκέψης**.

Στο σημείο αυτή είναι απαραίτητο να τονισθεί ότι ένας από τους λόγους της αποτυχίας των μαθητών της Ελλάδας στο πρόγραμμα PISA είναι το ότι σε ολόκληρο το Γυμνάσιο τα κεφάλαια των ποσοστών και της αναλογίας υπάρχουν μόνο στην Α' Γυμνασίου, και το μεν κεφάλαιο των ποσοστών έχει συρρικνωθεί σε μεγάλο βαθμό, το δε κεφάλαιο των αναλογιών έχει αφαιρεθεί από την υπάρχουσα υλη. Όμως τα συγκεκριμένα κεφάλαια είναι απόλυτα συνδεδεμένα με εφαρμογές των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή και τον πραγματικό κόσμο, δηλαδή τον μαθηματικό γραμματισμό, που είναι ένα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των θεμάτων που τίθενται στο πρόγραμμα PISA.

Βέβαια τα ως άνω κεφάλαια είναι αρκετά αναπτυγμένα στα Μαθηματικά του Δημοτικού, αλλά όπως έδειξαν και τα αποτελέσματα του PISA, οι μαθητές στην ηλικία των 15 ετών έχουν λησμονήσει μεγάλο μέρος των Μαθηματικών του Δημοτικού.

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Προτείνουμε η Γεωμετρία να παραμείνει ως έχει στο υπάρχον σχολικό βιβλίο των Μαθηματικών, δηλαδή να περιέχει τα εξής 3 κεφάλαια:

1) Βασικές γεωμετρικές έννοιες (σημείο, ευθύγραμμο τμήμα, γωνία, παραλληλία και καθετότητα κλπ)

Θα πρέπει οι μαθητές να γνωρίζουν ότι τόσο η καθετότητα όσο και η παραλληλία είναι σχέσεις μεταξύ δύο ευθειών.

Επιπλέον θα πρέπει να γνωρίζουν τη διαφορά μεταξύ των όρων “κάθετη ευθεία” και “κατακόρυφη ευθεία”.

Στο κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να δοθεί έμφαση στις δύο βασικές κατασκευές (κάθετη σε ευθεία και παράλληλη σε ευθεία) με κανόνα και διαβήτη.

Τέλος είναι ευκαιρία να δοθούν οι κατασκευές υπό μορφή αλγορίθμων, δηλαδή διαδοχικών βημάτων όπως ακριβώς στη σελίδα 172.

3. Να σχεδιαστεί ευθεία ε' , που διέρχεται από σημείο A και είναι κάθετη σε ευθεία ε .

1η φερίωτη: Το σημείο A ανήκει στην ευθεία ε

Η εξοικείωση των μαθητών με την δημιουργία ή την απλή αναγνώριση ενός αλγορίθμου κατασκευής έχει ιδιαίτερη σημασία για την ανάπτυξη της **ικανότητας αλγοριθμικής σκέψης** των μαθητών.

Στην κατεύθυνση αυτή προτείνουμε σε δραστηριότητες κατασκευών, όπως αυτή που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, να ζητείται από τους μαθητές να δημιουργούν ένα αλγόριθμο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Να σχεδιαστεί ένα τρίγωνο, αν γνωρίζουμε τα μήκη των πλευρών του.

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα $a=3\text{ cm}$, $\beta=2\text{ cm}$ και $\gamma=1,5\text{ cm}$ είναι οι πλευρές του τριγώνου που πρέπει να σχεδιάσουμε. Ακολουθούμε την εξής διαδικασία: Παίρνουμε ένα από αυτά και το ονομάζουμε πλευρά $B\Gamma = a$. Μετά χαράζουμε τους κύκλους $(B, \gamma=1,5\text{ cm})$ και $(\Gamma, \beta=2\text{ cm})$. Οι δύο αυτοί κύκλοι τέμνονται στο σημείο A . Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι το ζητούμενο διότι έχει πλευρές: $B\Gamma=3\text{ cm}$, $AB=1,5\text{ cm}$, ως ακτίνα του κύκλου $(B, 1,5\text{ cm})$ και $A\Gamma=2\text{ cm}$, ως ακτίνα του κύκλου $(\Gamma, 2\text{ cm})$, αφού το A ανήκει και στους δύο κύκλους.

2) Συμμετρία ως προς άξονα και ως προς σημείο.

Εδώ και πάλι προτείνουμε οι κατασκευή του συμμετρικού ενός σχήματος ως προς άξονα να πραγματοποιείται με δράσεις τις οποίες οι μαθητές θα αξιοποιούν στη δημιουργία ενός αλγορίθμου.

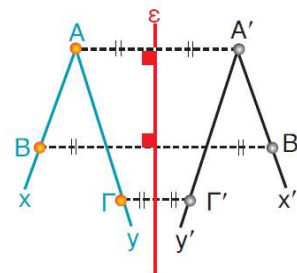
Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση της κατασκευής του συμμετρικού μιας γωνίας στη σελίδα 202.

5. Να κατασκευαστεί η συμμετρική γωνία $\widehat{x\hat{A}y}$ ως προς μία ευθεία ε .

Λύση

Για να κατασκευάσουμε τη γωνία $\widehat{x'\hat{A}'y'}$ αρκεί να βρούμε το συμμετρικό A' της κορυφής A καθώς και τα συμμετρικά B' και Γ' δύο ακόμα σημείων B και Γ , που ανήκουν το καθένα σε μια από τις πλευρές της αντίστοιχα.

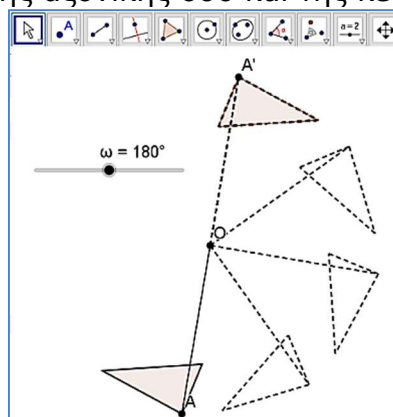
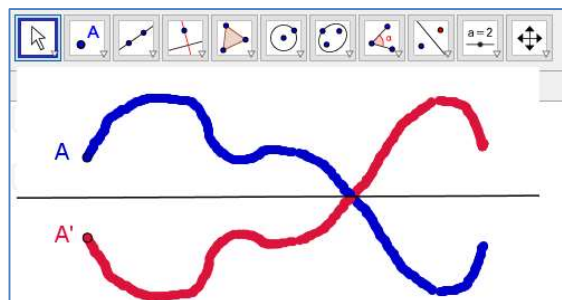
Γνωρίζουμε ότι θα είναι: $\widehat{x'\hat{A}'y'} = \widehat{x\hat{A}y}$.



Εδώ η βηματική επιλογή σημείων και των συμμετρικών τους αποσαφηνίζει την όλη κατασκευή και προετοιμάζει τους μαθητές για περισσότερες απαιτητικές κατασκευές που περιέχονται στη συνέχεια στο σχολικό εγχειρίδιο.

Σχετικά με την ύπαρξη άξονα συμμετρίας σε γεωμετρικό σχήμα είναι απαραίτητο να δοθούν μία ποικιλία από γεωμετρικά σχήματα και οι μαθητές να εντοπίσουν αυτά που έχουν άξονα συμμετρίας αλλά και το πλήθος των αξόνων που διαθέτουν. Ανάμεσα σε αυτά θα πρέπει να περιλαμβάνεται και το πλάγιο παραλληλόγραμμο για το οποίο οι μαθητές διαθέτουν ασαφή έως λανθασμένη εικόνα για την ύπαρξη άξονα συμμετρίας σε αυτό.

Τέλος να αναφέρουμε ότι η τεχνολογία είναι ένα άριστο μέσον να μελετήσουν δυναμικά την έννοια της συμμετρίας τόσο της αξονικής όσο και της κεντρικής.



Τέλος θεωρούμε ότι η συμμετρία πρέπει να επεκταθεί και στις επόμενες τάξεις του Γυμνασίου, γιατί αποτελεί ένα ισχυρό γεωμετρικό εργαλείο του οποίου η σημασία ως γεωμετρική έννοια με πλήθος εφαρμογές στην ζωή, αλλά και ως μέθοδος απόδειξης υποβιβάζεται όταν διδάσκεται μόνο στην Α' Γυμνασίου.

3) Βασικά γεωμετρικά σχήματα (Τρίγωνα, Παρ/μα, Τραπεζία).

Προτείνουμε να γίνει αρχικά μία νύξη για τις προϋποθέσεις με τις οποίες μπορούμε με τρία ευθύγραμμα τμήματα (τρία καλαμάκια διαφορετικού μήκους) να κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο (τριγωνική ανίσωση).

Εδώ και πάλι θα πρέπει να τονιστεί η σημασία της κατασκευής με κανόνα και διαβήτη διαφόρων ειδών τριγώνων από τους μαθητές. Ιδιαίτερη σημασία έχει η κατασκευή παραλληλογράμμων (πλαγίων, ορθογωνίων), ρόμβων, τετραγώνων, τραπεζών.

Στο κεφάλαιο αυτό υπάρχει και μία από τις πρώτες συναντήσεις των μαθητών με την διαδικασία λογικής τεκμηρίωσης, είναι η τεκμηρίωση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου στη σελίδα 222.

Στο σημείο αυτό θεωρούμε ότι είναι απολύτως αναγκαίο να τροποποιηθεί η εισαγωγή που προτείνει το σχολικό εγχειρίδιο για τον υπολογισμό του αθροίσματος των γωνιών ενός τυχόντος τριγώνου.

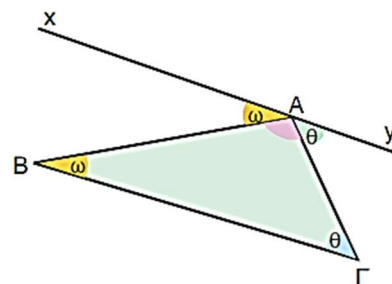
1. Να δικαιολογηθεί με λογικά επιχειρήματα ότι το άθροισμα των τριών γωνιών κάθε τριγώνου είναι 180° .

Λύση



Σχεδιάζουμε το τρίγωνο $AB\Gamma$ και μία ευθεία xAy , που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς την ευθεία $B\Gamma$. Παρατηρούμε ότι:

$\hat{x}AB = \hat{w} = \hat{B}$ γιατί είναι γωνίες εντός εναλλάξ, των παράλληλων ευθειών xAy και $B\Gamma$, που τέμνονται από την AB .



Η έκφραση “σχεδιάζουμε μία ευθεία παράλληλη προς την $B\Gamma$ ” δημιουργεί προϋποθέσεις σχηματισμού, εκ μέρους των μαθητών, της αντίληψης ότι τα Μαθηματικά είναι για λίγους, είναι μόνο για τους ικανούς, για αυτούς που διαθέτουν υψηλή μαθηματική ικανότητα και μπορούν να φανταστούν εκ των προτέρων τις κατάλληλες βοηθητικές γραμμές που ως δια μαγείας θα λύσουν το πρόβλημα που μελετούν.

Θεωρούμε ότι μία δραστηριότητα, όπως αυτή που υπάρχει στη σελίδα 142 του σχολικού εγχειριδίου των Μαθηματικών της ΣΤ' Δημοτικού, δημιουργεί ευνοϊκές προϋποθέσεις για την ανάπτυξη κατάλληλων δισαιθήσεων στους μαθητές.

Εφαρμογή 1η Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο και να υπολογίσεις το άθροισμα των γωνιών του.

Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

Λύση:

Σχεδιάζουμε ένα τυχαίο τρίγωνο.

Όπως μάθαμε, υπάρχουν δύο τρόποι για να μετρήσουμε τις γωνίες του. Ο ένας είναι να μετρήσουμε κάθε γωνία και να αθροίσουμε τα μεγέθη τους. Έτσι έχουμε: $\hat{o} = 65^\circ$, $\hat{l} = 60^\circ$, $\hat{s} = 55^\circ$. Άρα $65^\circ + 60^\circ + 55^\circ = 180^\circ$.

Ο άλλος τρόπος είναι να κόψουμε τις γωνίες του και να τις τοποθετήσουμε τη μία δίπλα στην άλλη, όπως φαίνεται στην εικόνα.

Τότε παρατηρούμε ότι όλες μαζί έχουν άθροισμα 180° .

Αν σχεδιάσουμε κι άλλα τρίγωνα και αθροίσουμε τις γωνίες τους, διαπιστώνουμε ότι όλα τα τρίγωνα έχουν άθροισμα γωνιών 180° .

Απάντηση: Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180° .



Η δραστηριότητα αυτή, κατάλληλα προσαρμοσμένη στο νοητικό επίπεδο των μαθητών, θα λειτουργήσει σαν γέφυρα μετάβασης από τη διαίσθηση στην αναζήτηση καθαρά Γεωμετρικών τρόπων μεταφοράς των γωνιών από ένα σημείο σε ένα άλλο σημείο. Τώρα οι μαθητές κατανοούν την αναγκαιότητα δημιουργίας παράλληλων ευθειών.

Τέλος θα πρέπει να τονίσουμε την ανάγκη οι μαθητές να διακρίνουν τον ορισμό ενός παραλληλογράμμου από τις ιδιότητες ενός παραλληλογράμμου. Είναι σύνηθες φαινόμενο οι μαθητές να χρησιμοποιούν ιδιότητες του παραλληλογράμμου για να διατυπώσουν τον ορισμό του.

Περιεχόμενα Β' Γυμνασίου

Μέρος Α: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ-ΑΛΓΕΒΡΑ-ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

1)	Εξισώσεις – Ανισώσεις	σελ. 11
2)	Πραγματικοί αριθμοί	σελ. 11-12
3)	Συναρτήσεις	σελ. 12-13
4)	Στοχαστικά Μαθηματικά - Στατιστική	σελ. 13

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1)	Εμβαδά Επιπέδων σχημάτων – Πυθαγόρειο θεώρημα	σελ. 13-14
2α)	Τριγωνομετρία	σελ. 14-15
2β)	Διανύσματα	σελ. 15
3)	Μέτρηση κύκλου	σελ. 16
4)	Γεωμετρικά στερεά – μέτρηση στερεών	σελ. 16-19

ΜΕΡΟΣ Α: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ – ΑΛΓΕΒΡΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

1) Εξισώσεις - Ανισώσεις

Στη Β' τάξη του Γυμνασίου ολοκληρώνεται η μετάβαση από την Αριθμητική στην Άλγεβρα και σταδιακά γίνεται μία μετατόπιση προς τον αλγεβρικό λογισμό.

Κεντρική έννοια για την ομαλή μετάβαση, όπως και στην Α' Γυμνασίου, είναι η έννοια της μεταβλητής. Ιδιαίτερα χρήσιμες, διδακτικά, είναι δύο μορφές δραστηριοτήτων, οι δραστηριότητες **μετάφρασης από το γλωσσικό πλαίσιο στο συμβολικό** και οι δραστηριότητες γενίκευσης.

Σχετικά με τις δραστηριότητες μετάφρασης θα πρέπει να αυξηθούν οι αρχικές δραστηριότητες που υπάρχουν στο σχολικό εγχειρίδιο μέχρι και την παράγραφο 1.3. Αν δεν αναπτυχθεί σε ικανοποιητικό βαθμό η ικανότητα μετάφρασης, σε σχετικά απλά προβλήματα, οι μαθητές θα αντιμετωπίσουν σοβαρές δυσκολίες στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων στην παράγραφο 1.4

Οι δραστηριότητες γενίκευσης απουσιάζουν παντελώς. Δραστηριότητες αυτής της μορφής μπορεί να αναπτυχθούν μέσα στα πλαίσια **επαγωγικών διαδικασιών** όπως για παράδειγμα:

Να υπολογίσετε τον 10^ο όρο της παρακάτω ακολουθίας,

1 ^{ος} όρος	2 ^{ος} όρος	3 ^{ος} όρος	4 ^{ος} όρος	5 ^{ος} όρος
4	9	16	25	36

Να κατασκευάσετε έναν τύπο που να υπολογίζει τον οποιονδήποτε νιοστό όρο.

Τέλος προτείνουμε να επανέλθει στη διδακτέα ύλη η παράγραφος 1.3 (Επίλυση τύπων). Η Επίλυση τύπων με τη βοήθεια εξισώσεων αποτελεί πολύτιμο εργαλείο για όλα τα γνωστικά αντικείμενα που περιέχουν μαθηματικούς τύπους (Φυσική, Χημεία, Οικονομία, Βιολογία κλπ). Είναι απαραίτητο ο μαθητής από νωρίς να καταλάβει ότι ο άγνωστος είναι μια ποσότητα που μπορεί να συμβολίζεται με οποιοδήποτε γράμμα (α, F κλπ) και να παριστάνει οποιοδήποτε μέγεθος (Δύναμη, θερμοκρασία, κόστος κλπ), διαφορετικά είναι πιθανά στους μαθητές να ταυτιστεί η έννοια του αγνώστου με ένα σύμβολο x με γενική και αόριστη σημασία.

2) Πραγματικοί αριθμοί.

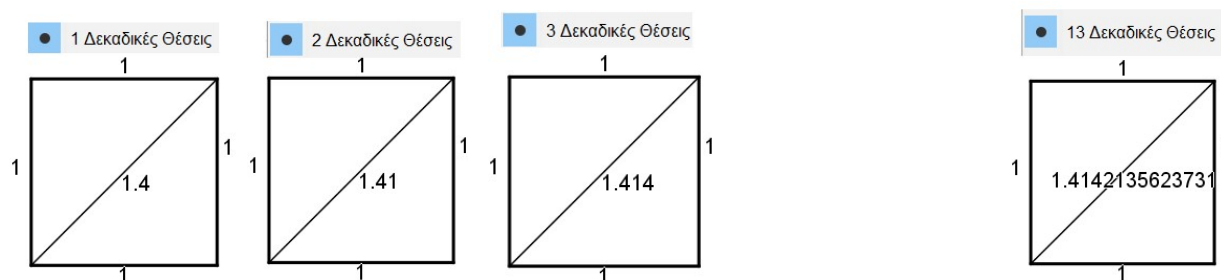
Για 2ο Κεφάλαιο προτείνουμε να δοθεί ιδιαίτερο βάρος στην εισαγωγή των αρρήτων αριθμών μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων. Η μοναδική δραστηριότητα στην εισαγωγή της έννοιας της ρίζας θα πρέπει να εμπλουτιστεί με αρκετές άλλες περιπτώσεις, στις οποίες οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν τετραγωνικές ρίζες. Ο υπολογισμός των πλευρών αρκετών τετραγώνων στα οποία είναι γνωστά τα εμβαδά

και η μελέτη πινάκων τετραγώνων αριθμών είναι δύο μορφές δραστηριοτήτων κατάλληλες για εισαγωγικές στην έννοια της τετραγωνικής ρίζας αριθμού. Για παράδειγμα ένα πίνακας όπως αυτός που περιέχει σε μία γραμμή μία σειρά θετικών αριθμών και μία γραμμή με τα αντίστοιχα τετράγωνα των αριθμών δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουν οι μαθητές τις τετραγωνικές ρίζες των αριθμών της δεύτερης γραμμής.

α	1	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2
α^2	1	2,25	2,56	2,89	3,24	3,61	4	4,41	4,84

Εδώ η υποστήριξη της διδασκαλίας με την τεχνολογία μπορεί πραγματικά να οδηγήσει σε βαθύτερη κατανόηση της έννοιας του άρρητου αριθμού.

Για παράδειγμα θα μπορούσε να ζητηθεί από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα τετράγωνο και να μετρήσουν την διαγώνιό του με στρογγυλοποίηση σε 2 δεκαδικά ψηφία, στη συνέχεια με 3, με 4, με 5 κ.λ.π.



Στη συνέχεια θα πρέπει να γίνει διαπραγμάτευση μέσα στην τάξη πάνω στο γεγονός ότι δεν παρουσιάζεται κάποια συστηματική επανάληψη σειράς ψηφίων όπως γίνεται για παράδειγμα στο κλάσμα $\frac{5}{13} = 0,38461538461538461538461538461538\ldots$

3) Συναρτήσεις

Στο κεφάλαιο των συναρτήσεων προτείνουμε δύο μορφές συμπληρωματικών δραστηριοτήτων.

α) Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο να γίνει μία σύνδεση του κεφαλαίου της επίλυσης τύπων με το κεφάλαιο των συναρτήσεων. Δραστηριότητες όπως και η παρακάτω, που βρίσκονται στο κεφάλαιο της επίλυσης τύπων, θα μπορούν να μεταφερθούν ως συμπληρωματικές δραστηριότητες και στο κεφάλαιο των συναρτήσεων.

13 Για ένα ιδεώδες αέριο σε κανονική πίεση, ο όγκος του σε θερμοκρασία θ °C δίνεται από τον τύπο:

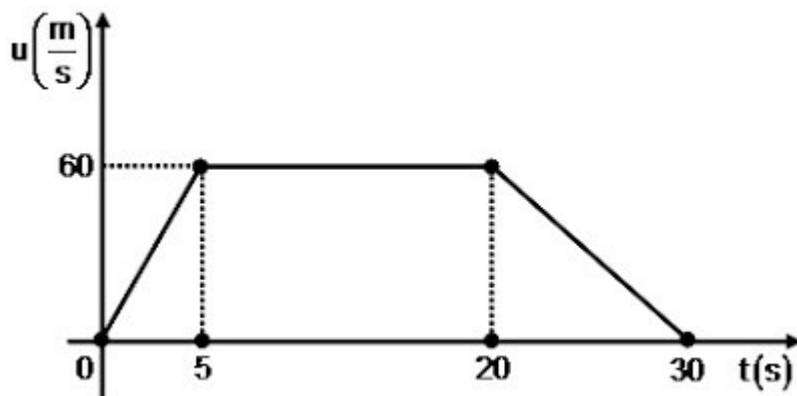
$$V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273,15} \right),$$

όπου V_0 ο όγκος στους 0 °C.

- α) Να λύσετε τον τύπο αυτό ως προς θ .
 β) Στους 0°C ένα ιδεώδες αέριο έχει όγκο $V_0 = 25 \text{ cm}^3$. Σε ποια θερμοκρασία έχει όγκο 30 cm^3 ;

Εδώ αναδεικνύεται η σημασία της συνάρτησης ως ένα μοντέλο που περιγράφει τη σύνδεση φυσικών μεγεθών, επιπλέον αναδεικνύεται η σημασία της συνάρτησης ως μηχανισμού στον οποίο γίνεται εισαγωγή τιμών για την ανεξάρτητη μεταβλητή και μας δίνει τιμές για την εξαρτημένη μεταβλητή.

β) Από τη Β' Γυμνασίου θα μπορούσε να ξεκινήσει η εμπλοκή των μαθητών με δραστηριότητες μετάφρασης του γραφήματος μιας σχέσης. Για παράδειγμα θα μπορούσε να δοθεί στους μαθητές το παρακάτω γράφημα χρόνου-ταχύτητας ενός αυτοκινήτου και να ζητηθεί από τους μαθητές να περιγράψουν την κίνηση του αυτοκινήτου.



4) Στοχαστικά Μαθηματικά - Στατιστική

Στο 4ο Κεφάλαιο προτείνουμε να επανέλθουν στη διδακτέα ύλη οι παράγραφοι 4.3 (Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων) και 4.4 (Ομαδοποίηση παρατηρήσεων), προκειμένου οι μαθητές να έχουν τα κατάλληλα εφόδια ώστε να αξιολογούν πληροφορίες, να βγάζουν συμπεράσματα, να κάνουν προβλέψεις και να παίρνουν αποφάσεις. Επίσης να κατανοούν ένα πλήθος από πληροφορίες της καθημερινής ζωής που απαιτούν βασικές στατιστικές γνώσεις.

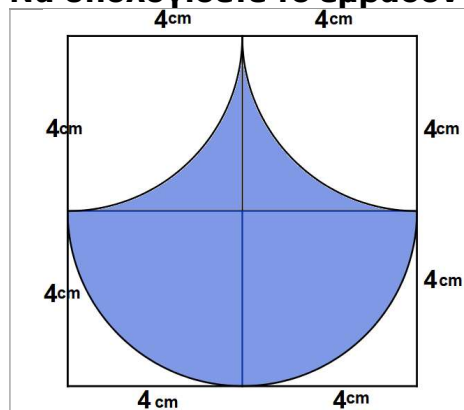
Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να τονισθεί ότι υπάρχουν σχολεία που δεν διδάσκουν το κεφάλαιο αυτό, γεγονός ανεπίτρεπτο αν λάβουμε υπόψη ότι η Στατιστική είναι ένα κατεξοχήν μέσο παρατήρησης, κατανόησης και ερμηνείας φαινομένων του πραγματικού κόσμου. Επιπλέον θέματα που σχετίζονται με τα στοχαστικά Μαθηματικά αποτελούν σημαντικό τμήμα των θεμάτων που εξετάζονται σε διεθνείς διαγωνισμούς και εκπαιδευτικές έρευνες π.χ PISA.

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1) Εμβαδά Επιπέδων σχημάτων – Πυθαγόρειο θεώρημα

Το 1ο Κεφάλαιο προτείνουμε να παραμείνει ως έχει με κάποια αλλαγή στη σειρά των δραστηριοτήτων που αφορούν στον υπολογισμό εμβαδών επιπέδων σχημάτων. Συγκεκριμένα προτείνουμε αρχικά την εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες υπολογισμού εμβαδών μέσω της ανασύνθεσης σχημάτων. Για παράδειγμα:

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου χρωματισμένου σχήματος.

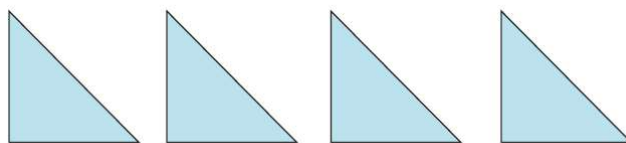


Εδώ οι μαθητές καλούνται να υλοποιήσουν μία γνήσια γεωμετρική δραστηριότητα ανάλυσης και ανασύνθεσης ενός επιπέδου σχήματος.

Δραστηριότητες αυτής της μορφής συμβάλλουν στην ανάπτυξη σημαντικών πτυχών της **ικανότητας γεωμετρικού συλλογισμού** των μαθητών.

Επιπλέον προετοιμάζουν τους μαθητές ώστε να μπορούν να κατανοήσουν τη διαδικασία επίλυσης γεωμετρικών προβλημάτων του σχολικού εγχειριδίου όπως το παρακάτω:

Δίνονται τέσσερα ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα με ίσες κάθετες πλευρές:



- α) Χρησιμοποιώντας μόνο τα δύο τρίγωνα να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο και ένα τετράγωνο.
 β) Χρησιμοποιώντας και τα 4 τρίγωνα, (μια φορά το καθένα) να κατασκευάσετε ένα τετράγωνο, ένα ορθογώνιο και ένα τραπέζιο.

Τέλος με τις δραστηριότητες ανασύνθεσης αναμένεται να κατανοήσουν σε βάθος τη μέθοδο του σχολικού εγχειριδίου με την οποία αποδεικνύεται διαισθητικά το Πυθαγόρειο θεώρημα.

1ος τρόπος: $E_1 + E_2 + 4\varepsilon$ από το πρώτο τετράγωνο που αποτελείται από 4 τρίγωνα και τα δύο τετράγωνα πλευράς β, γ αντίστοιχα.

2ος τρόπος: $E + 4\varepsilon$ από το δεύτερο τετράγωνο που αποτελείται πάλι από 4 τρίγωνα και το τετράγωνο πλευράς α .

Επομένως, θα ισχύει ότι:

$E_1 + E_2 + 4\varepsilon = E + 4\varepsilon$
ή

$E_1 + E_2 = E$
ή

$\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$

2α) Τριγωνομετρία

Στο 2ο Κεφάλαιο προτείνουμε να επανέλθει στη διδακτέα ύλη η παράγραφος 2.4 (Τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30 , 45, 60) και κυρίως να διδαχθούν πραγματικά προβλήματα όπως το παρακάτω όπου φαίνεται ότι μια από τις βασικές αξίες της Τριγωνομετρίας είναι ο υπολογισμός μεγεθών που είναι αδύνατο να υπολογισθούν μέσω της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.

Να υπολογίσετε το ύψος του κυπαρισσιού του παρακάτω σχήματος χρησιμοποιώντας το μήκος της σκιάς του και τη γωνία ω .

Λύση: Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ γνωρίζουμε ότι $AB = 9 \text{ m}$ και $\hat{B} = \omega = 25^\circ$.

Θέλουμε να υπολογίσουμε την πλευρά ΑΓ.

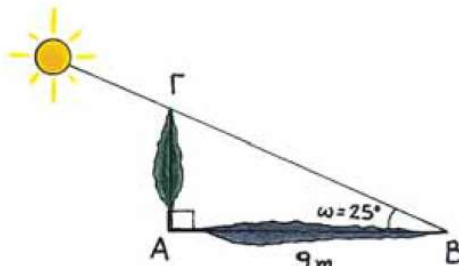
Ο τριγωνομετρικός αριθμός που συνδέει την απέναντι με την προσκείμενη πλευρά μιας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ είναι η εφαπτομένη της γωνίας $\hat{B}$.

Έχουμε λοιπόν: $\epsilon\phi\hat{B} = \frac{AG}{AB}$ οπότε

$AG = AB \cdot \epsilon\phi\hat{B}$ άρα $AG = 9 \cdot \epsilon\phi 25^\circ$.

Με τη βοήθεια του πίνακα εφαπτομένων βρίσκουμε ότι $\epsilon\phi 25^\circ = 0,47$.

Άρα, $AG = 9 \cdot 0,47 = 4,23$, δηλαδή το ύψος του κυπαρισσιού είναι 4,23 m.



Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί η σημασία της χρήσης τριγωνομετρικών πινάκων για τον υπολογισμό τριγωνομετρικών αριθμών και επίλυσης προβλημάτων υπολογισμού.

Είναι χαρακτηριστικό το γεγονός ότι παρά την μεγάλη ποικιλία των ασκήσεων και των προβλημάτων που παρατίθενται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, εν τούτοις απουσιάζουν παντελώς θέματα που απαιτούν χρήση τριγωνομετρικών πινάκων.

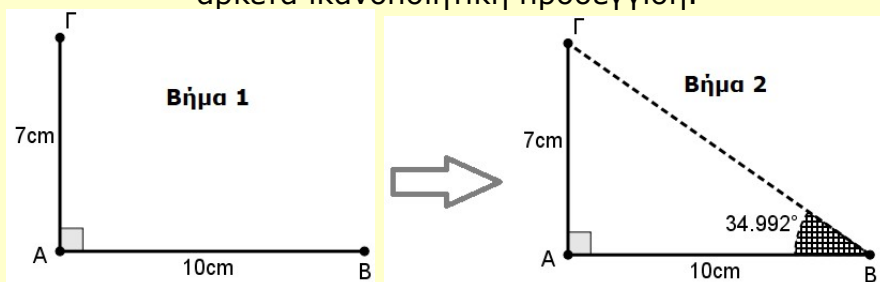
Το προτεινόμενο παράδειγμα περιέχεται στο τεύχος 114 του περιοδικού της ΕΜΕ ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Α΄

Με τη βοήθεια του παρακάτω τριγωνομετρικού πίνακα να κατασκευάσετε μία γωνία ίση με 35° με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια.

Γωνία (σε μοίρες)	εφαπτομένη
24	0,4452
25	0,4663
26	0,4877
27	0,5095
28	0,5317
29	0,5543
30	0,5774
31	0,6009
32	0,6249
33	0,6494
34	0,6745
35	0,7002
36	0,7265
37	0,7536

Λύση

Αρχικά παρατηρούμε ότι η άσκηση ζητά την κατασκευή της γωνίας με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια. Με βάση τον τριγωνομετρικό πίνακα, αυτό σημαίνει ότι θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι η εφαπτομένη της γωνίας των 35° είναι 0,7 με αρκετά ικανοποιητική προσέγγιση.



Οι εικόνες δείχνουν τα δύο βήματα κατασκευής της γωνίας.

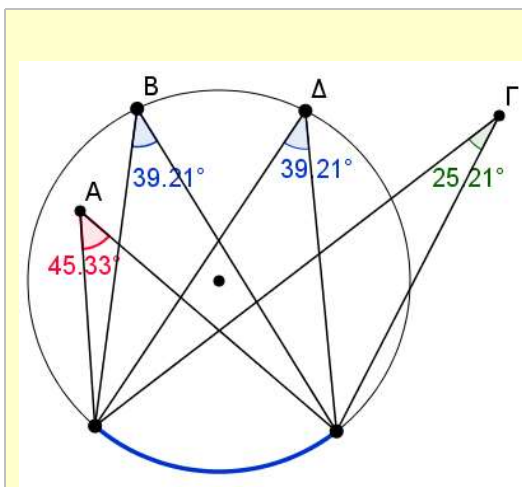
2β) Διανύσματα

Προτείνουμε να επανέλθουν στη διδακτέα ύλη οι παράγραφοι 2.5 – 2.7 που αφορούν τα διανύσματα και είναι απαραίτητοι για την κατανόηση της Φυσικής της Β΄ Γυμνασίου. Δεν είναι δυνατό μια βασική μαθηματική έννοια, απαραίτητη για την κατανόηση της Φυσικής να μην διδάσκεται στα Μαθηματικά. Το σωστό είναι η διδασκαλία των διανυσμάτων στα Μαθηματικά να προηγείται της αντίστοιχης στη Φυσική και μάλιστα να συνεννοούνται οι διδάσκοντες Μαθηματικά και Φυσική για την ενιαία παρουσίαση των βασικών εννοιών των διανυσμάτων. Η ενιαία παρουσίαση πρέπει να διέπει και τα βιβλία των Μαθηματικών και της Φυσικής.

3) Μέτρηση κύκλου

Προτείνουμε το 3ο κεφάλαιο να παραμείνει ως έχει.

Εδώ η τεχνολογία είναι σχεδόν απαραίτητη για έναν επαγωγικό τρόπο διδασκαλίας που οδηγεί από τις μερικές περιπτώσεις στη γενίκευση. Για παράδειγμα:



Οι μαθητές μέσα από μία απλή κατασκευή με ένα γεωμετρικό λογισμικό θα μπορούσαν να επιλέξουν σημεία επάνω, μέσα και έξω από τον κύκλο, τα οποία σημεία να βλέπουν το ίδιο τόξο.

Καθώς οι μαθητές θα χειρίζονται δυναμικά τα σημεία και θα μελετούν τις μετρήσεις θα μπορούν να εξάγουν εμπειρικά συμπεράσματα για τις γωνίες αυτές.

Εδώ θα πρέπει να τονιστεί ότι αυτό που υποστηρίζει το σχολικό εγχειρίδιο για την κατασκευή των αρχαίων θεάτρων θέλει σε βάθος συζήτηση καθώς στο θέατρο οι γωνίες θέασης των θεατών δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με τη σκηνή.

Τέλος το θέμα της αξιοποίησης της τεχνολογίας επανέρχεται επιτακτικά στη δραστηριότητα του σχολικού εγχειριδίου που είναι εισαγωγική στον υπολογισμό της περιμέτρου του κύκλου.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Ας θεωρήσουμε ένα νόμισμα των 2 €. Αφού μετρήσετε τη διάμετρό του δ , να βάλετε μελάνι γύρω - γύρω από το νόμισμα και να το κυλίσετε κάθετα στο χαρτί, έτσι ώστε να κάνει μια πλήρη περιστροφή.

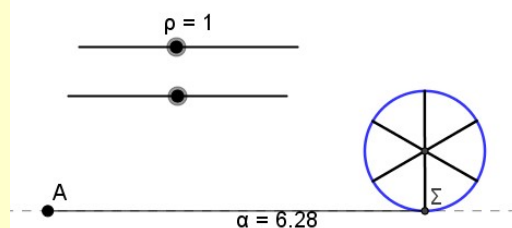


α) Το μήκος L που διαγράφει είναι το μήκος του κύκλου. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

$\delta =$	
$L =$	
$\frac{L}{\delta} =$	

Καθώς η δραστηριότητα απαιτεί να βάλουν οι μαθητές μελάνι γύρω από το νόμισμα και να το κυλίσουν πάνω σε χαρτί, καθίσταται σχεδόν ανέφικτη η υλοποίησή της τουλάχιστον μέσα στην τάξη.

Με ένα αρχείο λογισμικού οι μαθητές θα μπορούσαν να κυλίσουν ένα κυκλικό αντικείμενο και να μελετούν τη μετατόπισή του σε σχέση με την ακτίνα του.



4) Γεωμετρικά στερεά – μέτρηση στερεών.

Το τελευταίο κεφάλαιο της Γεωμετρίας, παρότι θεωρητικά αποτελεί μέρος της διδακτέας ύλης, στην πράξη σχεδόν ποτέ δεν διδάσκεται. Παρότι ο κόσμος που ζούμε δεν είναι διδιάστατος, αλλά τριδιάστατος, τα παιδιά διδασκόμενα μόνο επιπεδομετρία δεν έχουν την παραμικρή γνώση των γεωμετρικών ιδιοτήτων του κόσμου στο οποίο ζουν. Η μέτρηση των στερεών πχ η μέτρηση μιας δεξαμενής, αποτελεί όπως και τα ποσοστά και η Στατιστική ένα από τα βασικά θέματα που εξετάζονται στο πρόγραμμα PISA.

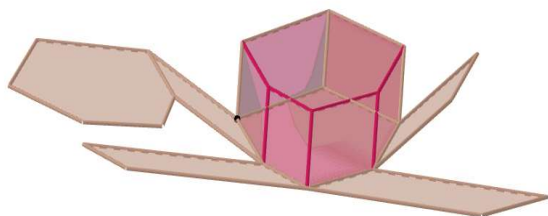
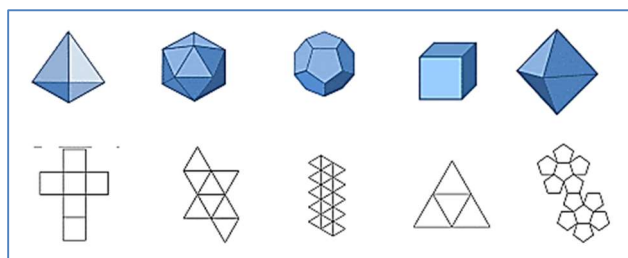
Κατά τους ειδικούς το μεγάλο διδακτικό όφελος της ενασχόλησης των μαθητών με στερεά είναι το γεγονός ότι οι μαθητές εκτελούν νοητικά πειράματα ανάλυσης, σύνθεσης, στροφής των στερεών γεωμετρικών αντικειμένων. Έχει πλέον και ερευνητικά τεκμηριωθεί ότι οι δραστηριότητες αυτής της μορφής συμβάλλουν στην ανάπτυξη της χωρικής ικανότητας (spatial ability) των μαθητών, ικανότητας η οποία συνδέεται άμεσα με την νοημοσύνη.

Προτείνουμε η διδασκαλία να επικεντρωθεί σε 3 μορφές δραστηριοτήτων.

α) Δραστηριότητες σχετικές με τα αναπτύγματα στερεών.

Τα αναπτύγματα των στερεών διδάσκονται στην Ε' και την ΣΤ' τάξη του Δημοτικού αυτό έχει ως αποτέλεσμα το βιβλίο της Β' Γυμνασίου να τα θεωρεί δεδομένα.

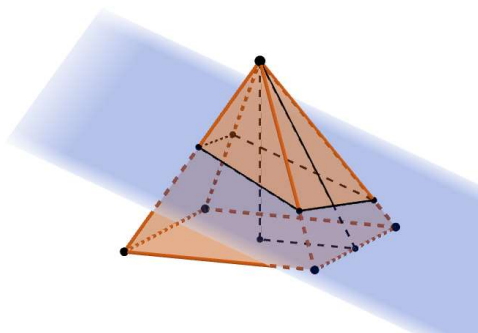
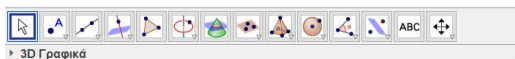
Προτείνουμε να δίδονται στους μαθητές δραστηριότητες αναγνώρισης των αναπτυγμάτων που δεν περιορίζονται μόνο στα συνήθη (κύβος, πρίσμα, πυραμίδα κύλινδρος, κώνος) αλλά επεκτείνονται και σε άλλα στερεά. Στην παρακάτω εικόνα θα ζητηθεί από τους μαθητές να αντιστοιχήσουν κάθε στερεό με το ανάπτυγμά του.



Εδώ η τεχνολογία θα μπορούσε να υποστηρίξει ουσιαστικά τη διδασκαλία καθώς διατίθενται πλέον γεωμετρικά λογισμικά με δυνατότητες τρισδιάστατης παράστασης και δυναμικού χειρισμού των γεωμετρικών στερεών.

β) Δραστηριότητες σχετικές με υπολογισμούς γραμμικών μεγεθών

Αρχικά θεωρούμε ότι έχουν ιδιαίτερη σημασία δραστηριότητες σχετικές με εσωτερικά στοιχεία ενός στερεού. Επιπλέον προτείνουμε να εμπλουτισθούν τα θέματα που περιέχει το σχολικό βιβλίο με θέματα τομών ενός στερεού με κάποιο επίπεδο, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

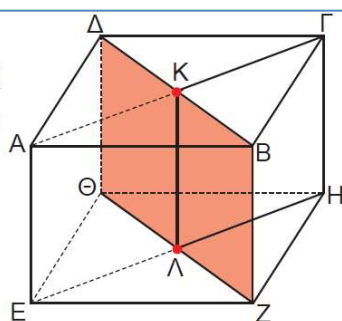


Εδώ, όπως και πριν, η τεχνολογία προσφέρει σημαντικές ευκαιρίες για διερεύνηση και πειραματισμό με τα στερεά και τις τομές τους με επίπεδα.

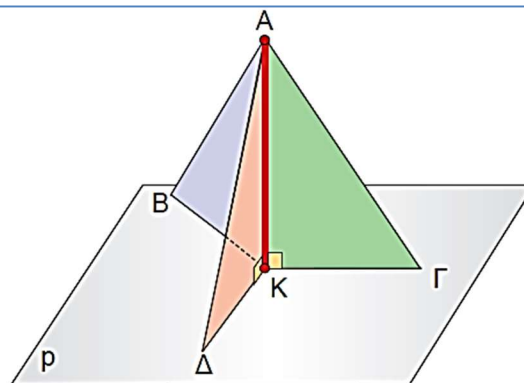
Πάντως θα πρέπει να τονιστεί ότι χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας η διδασκαλία των στερεών είναι προβληματική καθώς η απεικόνιση στον πίνακα τρισδιάστατων αντικειμένων είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα και συχνά ανέφικτη.

η παρουσία τέτοιων θεμάτων είναι περιορισμένη όπως αυτά της σελίδας 205.

- 6** Ο παρακάτω κύβος έχει ακμή 12 cm.
- Να εξηγήσετε γιατί η ΗΓ και η ΛΚ είναι κάθετες στην έδρα ΑΒΓΔ του κύβου.
 - Να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής Γ από το γραμμοσκιασμένο επίπεδο.



- 7** Η κεραία ΑΚ του σχήματος, ύψους 12m, είναι τοποθετημένη κάθετα στο επίπεδο του εδάφους. Συγκρατείται με τρία συρματόσχοινα που στερεώνονται στην κορυφή της και στα σημεία Β, Γ, Δ που απέχουν 5 m από το Κ.
- Να υπολογίσετε το συνολικό μήκος των συρματόσχοινων που συγκρατούν την κεραία.



Υ) Δραστηριότητες σχετικές με τους υπολογισμούς των εμβαδών των επιφανειών και των όγκων των στερεών.

Σχετικά με τους υπολογισμούς των εμβαδών των επιφανειών και των όγκων των στερεών το σχολικό εγχειρίδιο είναι πλήρες και θα πρέπει να γίνει μία προσεκτική επιλογή των θεμάτων που θα δοθούν στους μαθητές προς λύση.

Χρήσιμες κατά την άποψή μας είναι οι παρακάτω δραστηριότητες που αναδεικνύουν τις βασικές έννοιες του αναφέρονται στις επιφάνειες και τους όγκους των στερεών, μέσω της επίλυσης πραγματικών προβλημάτων.

Σελίδα 208

Να βρείτε πόσο χαρτόνι (σε cm^2) χρειάζεται, για να κατασκευαστεί ένα πρίσμα του οποίου οι βάσεις είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm αντίστοιχα και το ύψος είναι 10 cm.

Σελίδα 220

Το έτος 3.000 π.Χ. περίπου οι αρχαίοι Αιγύπτιοι έκτισαν την πυραμίδα του Χέοπα, που έχει βάση τετράγωνο πλευράς 233 m και παράπλευρη ακμή 220 m (περίπου).

- Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας αυτής της πυραμίδας.
- Αν γνωρίζουμε ότι το ύψος της είναι 146 m, να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.



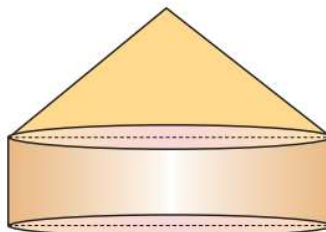
Σελίδα 211

Σελίδα 227

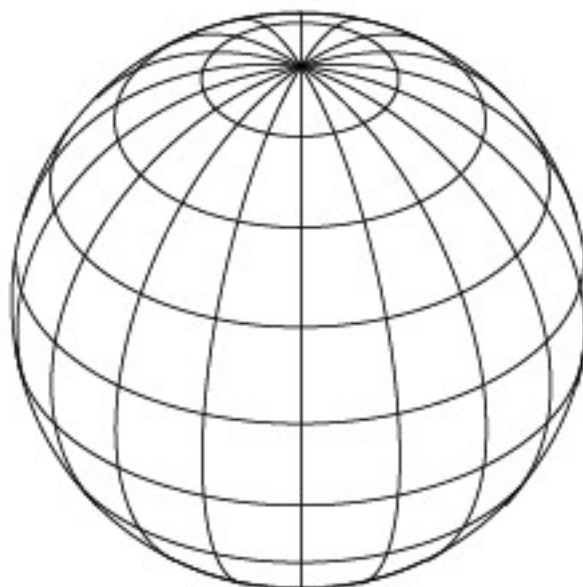
Το κυλινδρικό κουτί μιας κονσέρβας έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 3 cm. Το υλικό των βάσεων κοστίζει 0,5 € το τετραγωνικό μέτρο, ενώ το υλικό της παράπλευρης επιφάνειας κοστίζει 0,3 € το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα κοστίζει το υλικό όταν πρόκειται να κατασκευάσουμε 1000 κουτιά;



Η στέγη της κεντρικής σκηνής ενός τσίρκου έχει σχήμα κώνου με διάμετρο βάσης 40 m και ύψος 15 m. Πόσα τετραγωνικά μέτρα πλαστικοποιημένου υφάσματος χρειάστηκαν για την κατασκευή της;



Η τελευταία παράγραφος του 4ου κεφαλαίου (Γεωγραφικές συντεταγμένες) που είναι εκτός διδακτέας ύλης, αποτελεί μια μοναδική ευκαιρία να κατανοήσει ο μαθητής μέσω των εννοιών του γεωγραφικού μήκους και του γεωγραφικού πλάτους τη θέση μιας τοποθεσίας στην υδρόγειο σφαίρα.



Προτείνεται να φωτοτυπούνται εικόνες όπως η παραπάνω και οι μαθητές να υλοποιούν κάποιες απλές δραστηριότητες σχετικές με τον εντοπισμό κάποιου σημείου πάνω στη σφαίρα.

Με την ευκαιρία αυτή θεωρούμε ότι είναι πια καιρός το κέντρο βάρους της μαθηματικής εκπαίδευσης εκτός από την επίλυση τυπικών ασκήσεων να περιλαμβάνει και την επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με την καθημερινή ζωή και την κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει.

Τέλος, θεωρούμε χρήσιμο οι δραστηριότητες που περιέχει το βιβλίο να μην είναι λυμένες γιατί τότε υποβιβάζονται στο επίπεδο των εφαρμογών και χάνεται η ουσία της έννοιας της δραστηριότητας που αφορά ανακαλυπτικές διαδικασίες με στόχο την κατασκευή της γνώσης (είτε αυτοδύναμα, είτε με τη βοήθεια του διδάσκοντα) από τον ίδιο το μαθητή.

Περιεχόμενα Γ' Γυμνασίου

Μέρος Α: ΑΛΓΕΒΡΑ

1)	Αλγεβρικές παραστάσεις	σελ. 20-21
2)	Εξισώσεις-Ανισώσεις	σελ. 21
3)	Συστήματα γραμμικών εξισώσεων	σελ. 21-23
4)	Πιθανότητες	σελ. 23-24

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1)	Ισότητα τριγώνων	σελ. 24
2)	Θεώρημα Θαλή	σελ. 25
3)	Ομοιοθεσία - Ομοιότητα	σελ. 25-26
4.1)	Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0 \leq \omega \leq 180^\circ$	σελ. 26
4.2)	Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών.	σελ. 26
4.3)	Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.	σελ. 26
4.4)	Νόμος ημιτόνων και συνημιτόνων	σελ. 26-27

Επισημάνσεις για την ύλη της Γ' Γυμνασίου.

Τα περιεχόμενα του βιβλίου των Μαθηματικών της Γ' Γυμνασίου καλύπτουν, σε αρκετό βαθμό, ικανοποιητικά, τις βασικές μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που θεωρούμε ότι πρέπει να διδαχθούν στη συγκεκριμένη τάξη. Όμως η ύλη που περιέχεται χρειάζεται σε ορισμένα σημεία της να αλλάξει ριζικά προκειμένου να προσαρμοσθεί στις σύγχρονες γνωστικές, διδακτικές και παιδαγωγικές αντιλήψεις με σκοπό να συνάδει με την έννοια της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Η υποχρεωτική εκπαίδευση επικεντρώνεται στο γεγονός ότι ο μαθητής πρέπει να γνωρίζει βασικές μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες ώστε να αναγνωρίζει τη χρησιμότητα των Μαθηματικών στον πραγματικό κόσμο. Επιπλέον οι μαθητές θα πρέπει να αποσυνδέσουν την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά από τις επιλογές που θα κάνουν στη συνέχεια, που μπορεί να είναι η φοίτηση σε ΓΕΛ, η φοίτηση σε ΕΠΑΛ ή η ένταξη στον παραγωγικό ιστό ή οτιδήποτε άλλο.

Ορισμένα τμήματα του συγκεκριμένου βιβλίου που περιέχουν μεγάλο αριθμό από δύσκολες και θεωρητικού τύπου ασκήσεις είναι γραμμένα κυρίως για τον μαθητή που θα επιλέξει τη φοίτηση σε ΓΕΛ και τοποθετούν εκτός της μαθησιακής διαδικασίας τα παιδιά που θα κάνουν διαφορετικές επιλογές, γεγονός που πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη στο σχεδιασμό των νέων ΠΣ.

Πιο συγκεκριμένα θα αναφερθούμε αμέσως παρακάτω, όπου θα σχολιασθούν χωριστά κάθε ένα από τα κεφάλαια του βιβλίου.

ΜΕΡΟΣ Α: ΑΛΓΕΒΡΑ

1) Αλγεβρικές παραστάσεις

Οι παράγραφοι 1.1 έως και 1.6 περιέχουν βασικές έννοιες και μπορούν να παραμείνουν ως έχουν, αλλά το κύριο βάρος να δοθεί στα παραδείγματα - εφαρμογές και στις ερωτήσεις κατανόησης (όπως και σε ολόκληρο το βιβλίο Μαθηματικών της Γ' Γυμνασίου).

Οι μαθητές θα πρέπει να εμπεδώσουν την αντίληψη ότι οι ταυτότητες και οι μέθοδοι παραγοντοποίησης δεν είναι διδακτικός αυτοσκοπός αλλά εργαλεία για δύο βασικές μαθηματικές δραστηριότητες τη λύση εξισώσεων και τη διευκόλυνση αρκετών αριθμητικών υπολογισμών. Θα πρέπει δηλαδή να προκριθούν θέματα όπως τα παρακάτω.

1

α) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $3x^2 - 18x$.

β) Να λυθεί η εξίσωση $3x^2 = 18x$.

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις χωρίς να χρησιμοποιήσετε υπολογιστή τσέπης.

α) $1453 \cdot 1821 - 1453 \cdot 821$

β) $801^2 + 199 \cdot 801$

γ) $998^2 - 4$

δ) $999 \cdot 1001 + 1$

ε) $999^2 + 2 \cdot 999 + 1$

στ) $97^2 + 6 \cdot 97 + 9$

Το αρνητικό σημείο του 1ου κεφαλαίου εντοπίζεται στις παραγράφους 1.8 έως και 1.10 όπου δίνεται ιδιαίτερο βάρος με μεγάλο αριθμό εφαρμογών και ασκήσεων σε μια διαδικασία όπως η παραγοντοποίηση, η οποία είναι τεχνική και μάλιστα παρωχημένη. Κατά την άποψη μας οι παράγραφοι 1.8 έως και 1.10 που στηρίζονται σε πολύπλοκες μορφές παραγοντοποίησης πρέπει να περιορισθούν σε βασικές έννοιες και απλές εφαρμογές.

2) Εξισώσεις – Ανισώσεις.

Στο 2ο κεφάλαιο περιέχεται η επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων, που κατά τη γνώμη μας πρέπει να αφαιρεθεί, διότι είναι ένας ανασφαλής και αβέβαιος τρόπος για αρκετούς μαθητές, εφόσον αμέσως μετά παρατίθεται η επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου, που είναι μια ασφαλής διαδικασία. Η ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων μπορεί να χρησιμεύσει μόνο ως εισαγωγή στον τύπο της επίλυσης, όπως έχουμε αναφέρει στο κεφάλαιο 1.

Επίσης η διάταξη πραγματικών αριθμών καθώς και οι Ιδιότητες της διάταξης, καθώς και αρκετά θεωρητικές δομές, πρέπει να περιορισθούν στο ελάχιστο, δηλαδή στα όσα απαιτούνται για την επίλυση ανισώσεων και να υπάρχουν ελάχιστες απλές αντίστοιχες ασκήσεις. Η παράγραφος 2.4 Κλασματικές εξισώσεις, σωστά αφαιρέθηκε.

3) Συστήματα γραμμικών εξισώσεων.

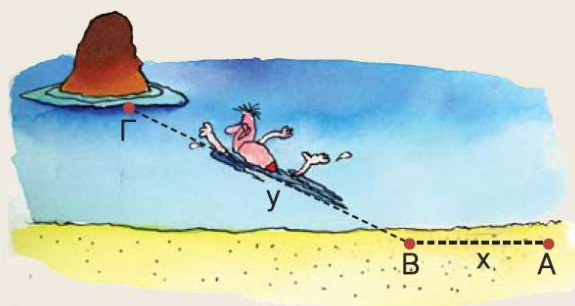
Αρχικά θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η έννοια της γραμμικής εξίσωσης $ax+by=\gamma$ είναι δυσνόητη για τον μέσο μαθητή και η χρησιμότητα της πλήρους διερεύνησης της γραμμικής εξίσωσης θα πρέπει να αναθεωρηθεί. Η παράσταση $ax+by=\gamma$ είναι μία εξίσωση με 2 αγνώστους και θα πρέπει να συνδεθεί με προβλήματα στα οποία υπάρχουν δύο άγνωστοι ενώ δίδονται 2 σχέσεις που συνδέουν τους αγνώστους. Προτείνουμε η διδασκαλία της συγκεκριμένης παραγράφου να ξεκινά με ένα πρόβλημα, όπως το παρακάτω:

7

Κάποιος περπάτησε από το σημείο Α στο σημείο Β με ταχύτητα 4 km/h και μετά κολύμπησε με ταχύτητα 2 km/h μέχρι να φτάσει στο σημείο Γ. Αν ο συνολικός χρόνος που μεσολάβησε μέχρι να φτάσει στο σημείο Γ είναι μια ώρα, τότε:

α) Να βρείτε τη γραμμική εξίσωση με την οποία συνδέονται οι αποστάσεις x, y .

β) Αν περπάτησε 3 km, πόσο χρόνο κολύμπησε;



Ο διδακτικός στόχος είναι να αναδειχτεί η ανάγκη της μελέτης και ιδιαίτερα της χρήσης εξισώσεων της μορφής $ax+by=\gamma$ και στη συνέχεια να γίνει μία αναφορά

στον τρόπο με τον οποίο η εξίσωση αυτή θα μπορούσε να θεωρηθεί ως συνάρτηση πλέον της μορφής $y = \lambda \cdot x + \kappa$ και να παρασταθεί, ως γραφική παράσταση πλέον, σε ένα σύστημα αξόνων.

Όσον αφορά τα συστήματα και τη λύση τους έμφαση θα πρέπει να δοθεί κυρίως στη χρήση τους κατά την επίλυση προβλημάτων.

Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο, αλλά και ελκυστικό για τους μαθητές, να αυξηθεί ο αριθμός μη συμβατικών προβλημάτων τα οποία προκαλούν ενδιαφέρον όπως τα παρακάτω.

8

Οι ευθείες:

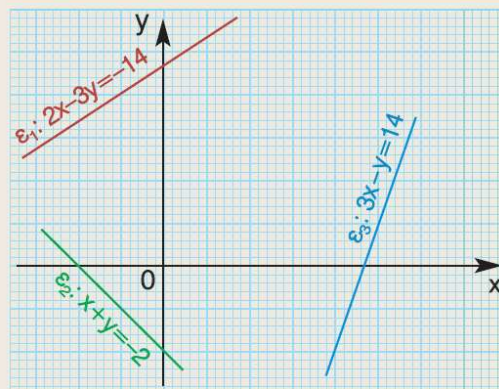
$$\varepsilon_1 : 2x - 3y = -14$$

$$\varepsilon_2 : x + y = -2$$

$$\varepsilon_3 : 3x - y = 14$$

τέμνονται έξω από το χαρτί σχεδίασης.

Μπορείτε να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων τους;



9

Αν $3 + 3 + 3 + \dots + 3 + 5 + 5 + 5 + \dots + 5 = 410$ και το πλήθος των προσθετέων του πρώτου μέλους είναι 100, να βρείτε πόσες φορές χρησιμοποιήθηκε ο αριθμός 3 και πόσες φορές ο αριθμός 5.

Θεωρούμε ότι το κέντρο βάρους των θεμάτων με τα οποία θα εμπλακούν οι μαθητές θα πρέπει να είναι θέματα που συνδέονται με πραγματικά προβλήματα που έχουν σχέση με δραστηριότητες της καθημερινής ζωής.

Το σχολικό εγχειρίδιο διαθέτει μία πλούσια συλλογή τέτοιων προβλημάτων όπως:
Σελίδα 27

Το ιδανικό βάρος B (σε κιλά) ενός ενήλικα, ύψους u (σε cm) δίνεται από τον τύπο $B = \kappa \left(u - 100 + \frac{t}{10} \right)$, όπου t είναι η ηλικία του (σε έτη) και κ μια σταθερά (για τον άνδρα $\kappa = 0,9$ και για τη γυναίκα $\kappa = 0,8$). Να βρεθεί ποιο είναι το ιδανικό βάρος για έναν άνδρα και μια γυναίκα, από τους οποίους ο καθένας είναι 30 ετών και έχει ύψος 1,77 m.

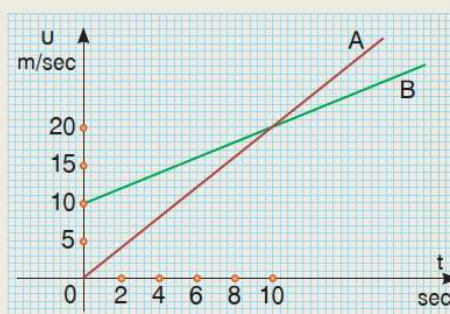
Σελίδα 88

Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη A και κινείται προς την πόλη B με μέση ταχύτητα 16 km/h. Μια ώρα αργότερα, μια φίλη του ξεκινά από την πόλη B και με μέση ταχύτητα 12 km/h κινείται προς την πόλη A για να τον συναντήσει. Αν η απόσταση των δύο πόλεων είναι 44 km, σε πόσες ώρες από την εκκίνηση του ποδηλάτη θα συναντηθούν;



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου δύο αυτοκινήτων Α και Β. Να βρείτε:

- Την αρχική ταχύτητα κάθε αυτοκινήτου.
- Σε πόσο χρόνο μετά την εκκίνησή τους τα δύο αυτοκίνητα θα έχουν την ίδια ταχύτητα και ποια θα είναι αυτή;



Τέλος εκτιμούμε ότι απαιτείται ελάφρυνση της διδακτέας ύλης από παρωχημένου τύπου τεχνικά θέματα, όπως πχ η εκτεταμένη ενασχόληση με την παραγοντοποίηση.

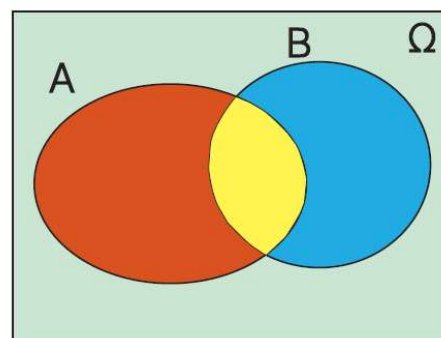
4) Πιθανότητες.

Το 5^ο κεφάλαιο είναι πολύ σημαντικό γιατί η έννοια της πιθανότητας διατρέχει μεγάλο αριθμό φαινομένων, δραστηριοτήτων και εκδηλώσεων της ζωής. Είναι η έννοια που συναντάμε, ίσως περισσότερο από κάθε άλλη μαθηματική έννοια στην καθημερινή ζωή και δεν είναι δυνατό να μη τη γνωρίζει ο απόφοιτος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης.

Ειδικά στο κεφάλαιο αυτό βρίσκεται και μια από τις σημαντικότερες διαδικασίες που συνδέονται με την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Η διαδικασία παράστασης με πολλαπλούς τρόπους της ίδιας έννοιας που εφαρμόζεται στην παράσταση συνόλου, ευνοεί την ανάπτυξης της ικανότητας μετάφρασης μεταξύ διαφορετικών αναπαραστασιακών συστημάτων.

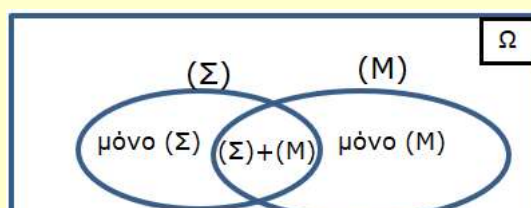
Με βάση το διπλανό διάγραμμα Venn να καθορίσετε το χρώμα ή τα χρώματα των παρακάτω συνόλων:

- $A \cup B$:
- $A \cap B$:
- A' :
- B' :
- $(A \cup B)'$:
- $(A \cap B)'$:



Προτείνουμε η εισαγωγή στην έννοια και την παράσταση συνόλων να γίνει με ένα πρόβλημα, μία περιγραφή του παρακάτω είδους:

Σε ένα Γυμνάσιο φοιτούν 130 μαθητές. Από αυτούς οι 20 γνωρίζουν μόνο σκάκι (Σ), οι 40 γνωρίζουν μόνο μονόπολη (Μ) ενώ 10 μαθητές γνωρίζουν σκάκι και μονόπολη. Πόσοι μαθητές δεν γνωρίζουν ούτε σκάκι ούτε μονόπολη;



Αυτή η επαγωγική διδακτική μεθοδολογία θα προσδώσει νόημα στη μελέτη των αφηρημένων διαγραμμάτων που ακολουθούν στη συνέχεια.
Ένα άλλο σημαντικό σημείο που θα πρέπει να αναδειχθεί είναι και αυτό της λήψης απόφασης με βάση την πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός. Παραδείγματα σαν και αυτό που ακολουθεί θα πρέπει να προστεθούν στη λίστα των θεμάτων με τα οποία θα εμπλακούν οι μαθητές.

Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι ένας παίκτης μπορεί να επιλέξει να ρίξει ένα εικονικό ζάρι 2 φορές και να κερδίσει αν φέρει και τις δύο φορές τον ίδιο αριθμό ή να ρίξει το εικονικό ζάρι τρεις φορές και να κερδίσει εφόσον και τις τρεις φορές φέρει μονό αριθμό; Τι θα τον συμβουλευάτε να επιλέξει;

ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ-ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

1) Ισότητα τριγώνων

Η ισότητα τριγώνων προτείνουμε να διδαχτεί περισσότερο διαισθητικά χωρίς τις αποδείξεις που αφορούν στα κριτήρια ισότητας τριγώνων. Οι αποδείξεις αυτές είναι μάλλον δυσνόητες και δεν προσφέρουν ιδιαίτερα στην ικανότητα γεωμετρικής σκέψης των παιδιών της συγκεκριμένης ηλικίας.
Ένας τρόπος διαισθητικής τεκμηρίωσης των κριτηρίων ισότητας τριγώνων θα μπορούσε να είναι το μονοσήμαντο της κατασκευής ενός τριγώνου όταν δίδονται:

α) 3 πλευρές	β) 2 πλευρές και η περιεχόμενη γωνία	γ) 1 πλευρά και οι προσκείμενες γωνίες

Είναι σημαντικό οι δραστηριότητες που αφορούν στην ισότητα τριγώνων να αναφέρονται και σε τρίγωνα τα οποία δεν έχουν τις πλευρές τους παράλληλες αλλά το ένα έχει προκύψει από το άλλο με μεταφορά και στροφή.

Εδώ τα ίσα τρίγωνα δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές να εμπεδώσουν την έννοια των αντίστοιχων στοιχείων των δύο τριγώνων και κυρίως να διαπιστώσουν ότι οι στροφές και οι μεταφορές των τριγώνων διατηρούν τόσο τα γραμμικά όσο και τα γωνιακά τους στοιχεία.
Είναι προφανές ότι η χρήση της τεχνολογίας θα μπορούσε να παρέχει ουσιαστική διδακτική υποστήριξη.

Θεωρούμε ότι η παράγραφος που αναφέρεται στην ομοιοθεσία είναι χρήσιμο να επανέλθει στη διδακτέα ύλη, διότι η ομοιοθεσία είναι ένας γεωμετρικός μετασχηματισμός που έχει το σημαντικό χαρακτηριστικό να διατηρεί τα ποιοτικά γνωρίσματα των σχημάτων, όπως το είδος τους, την ομοιότητα, την παραλληλία, και τις γωνίες.

2) Το θεώρημα του Θαλή δεν θα πρέπει να παραλείπεται αλλά να διδάσκεται σύντομα και περιεκτικά.

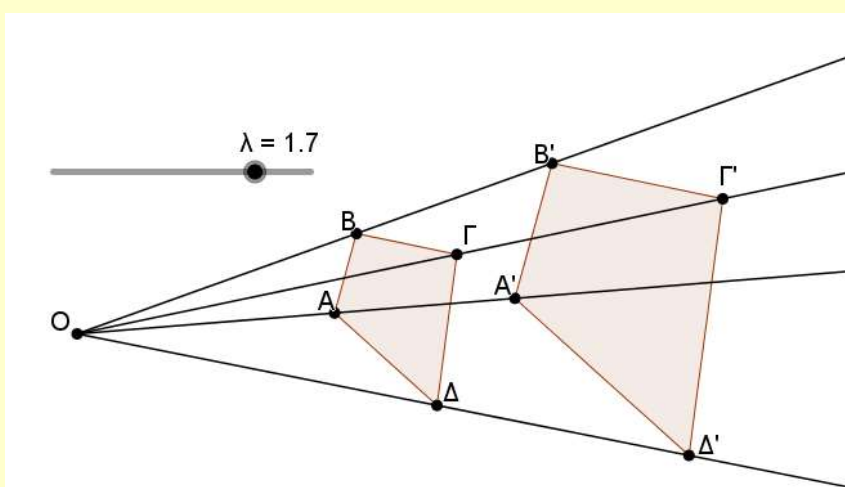
Οι μαθητές θα πρέπει να συνδέσουν το θεώρημα του Θαλή με το γεγονός ότι οι παράλληλες ευθείες μεταφέρουν του λόγους των τμημάτων από μία ευθεία σε μία άλλη.

Ο χωρισμός ενός τμήματος AB σε n ίσα μέρη θα πρέπει να αποτελεί τη βασική δραστηριότητα εφαρμογής του θεωρήματος.

3) Ομοιοθεσία - Ομοιότητα

Η ομοιοθεσία αποτελεί μία από τις πλέον σημαντικές έννοιες μέσω της οποίας συνδέεται η εμπειρία του μαθητή με τις αυστηρές γεωμετρικές διαδικασίες.

Προτείνουμε η ομοιοθεσία να συνδεθεί άμεσα με την έννοια της μεγέθυνσης και της σμίκρυνσης με συντελεστή λ . Επιπλέον η μελέτη του αρχέτυπου σχήματος της ομοιοθεσίας θα πρέπει να αποτελέσει τη βάση για την εισαγωγική δραστηριότητα στην έννοια.



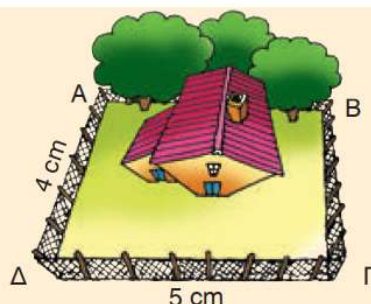
Η ομοιότητα θα πρέπει να προκύψει από την έννοια της ομοιοθεσίας μετά από την μελέτη των ιδιοτήτων των ομοιόθετων σχημάτων.

Δραστηριότητες μελέτης μικρογραφιών, φωτογραφιών και σμικρύνσεων με γνωστή κλίμακα θα πρέπει να αποτελούν τα βασικά θέματα με τα οποία θα εμπλακούν οι μαθητές.

Όπως για παράδειγμα:

Σελίδα 217

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η αεροφωτογραφία ενός αγροκτήματος που έχει σχήμα ορθογωνίου και έχει περιφραχτεί με συρματοπλέγμα μήκους 270 m. Να βρεθούν οι πραγματικές διαστάσεις του αγροκτήματος. Με ποια κλίμακα έχει φωτογραφηθεί το αγρόκτημα;



Τέλος η μέτρηση του ύψους ενός αντικείμενου από τη σκιά του είναι ιδιαίτερα κατάλληλη δραστηριότητα η οποία προτείνεται να υλοποιείται εκτός της σχολικής αίθουσας, σε πραγματικές συνθήκες.

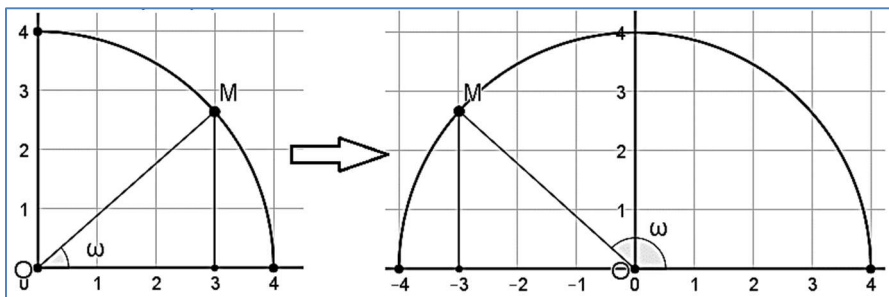
Ένας προβολέας Π βρίσκεται στο έδαφος και φωτίζει ένα δέντρο ΒΓ. Η σκιά του δέντρου στο απέναντι κτίριο φτάνει μέχρι την οροφή του 4ου ορόφου. Αν το ισόγειο και κάθε όροφος έχουν ύψος 3 m και η απόσταση του δέντρου από τον προβολέα είναι 8 m, ενώ από το κτίριο είναι 12 m, να βρεθεί το ύψος του δέντρου.

4) Τριγωνομετρία

Θεωρούμε ότι χρειάζεται να τονισθεί η ιδιαίτερη αξία της Τριγωνομετρίας κυρίως ως εργαλείο που επεκτείνει το φάσμα των δυνατοτήτων της Γεωμετρίας και προσφέρει λύση σε μεγάλο αριθμό από πραγματικά προβλήματα που περιέχουν γεωμετρικά δεδομένα, αλλά είναι αδύνατο να επιλυθούν μέσω της κλασσικής Ευκλείδειας Γεωμετρίας,

4.1) Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0 \leq \omega \leq 180^\circ$

Η επέκταση του υπολογισμού τριγωνομετρικών αριθμών γωνιών μεγαλύτερων των 90° είναι σκόπιμο να διδαχτεί ως επέκταση των γωνιών του τεταρτοκύκλιου σε γωνίες ημικυκλίου.



Συγκεκριμένα θα πρέπει να αναδειχθεί το γεγονός ότι η επέκταση αυτή δεν είναι αυθαίρετη και ότι πραγματοποιείται με φυσικό τρόπο πάνω στο ημικύκλιο. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η επόμενη επέκταση θα πραγματοποιηθεί στο Λύκειο με τον τριγωνομετρικό κύκλο.

4.2) Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών.

Στην παράγραφο αυτή θα πρέπει να αποφεύγονται εξεζητημένες ασκήσεις οι οποίες απαιτούν σχεδόν αποκλειστικά αλγεβρική επεξεργασία.

Η παράγραφος αυτή θα πρέπει να αναδείξει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς σε αμβλείες γωνίες με βάση τριγωνομετρικούς πίνακες για οξείες γωνίες.

4.3) Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.

Για την παράγραφο αυτή ισχύει ότι και για την προηγούμενη. Εδώ και πάλι θα πρέπει να αποφεύγονται σύνθετα θέματα αλγεβρικής επεξεργασίας τριγωνομετρικών αριθμών.

Ο βασικός στόχος θα πρέπει να είναι η ανάδειξη της δυνατότητας να υπολογίζουμε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας γωνίας όταν γνωρίζουμε έναν μόνο από αυτούς, όπως φαίνεται στην παρακάτω άσκηση του σχολικού εγχειριδίου.

2

Αν για την οξεία γωνία ω ισχύει $\varepsilon\varphi\omega = 2$, τότε να υπολογιστούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω .

4.4) Νόμος ημιτόνων και συνημιτόνων

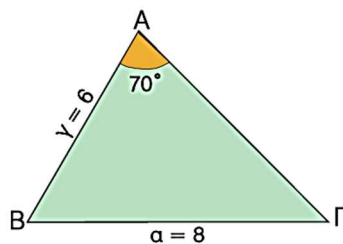
Η συγκεκριμένη παράγραφος αποτελεί την σημαντικότερη παράγραφο της τριγωνομετρίας και των δύο τάξεων του Γυμνασίου (Β' και Γ').

Η εισαγωγική δραστηριότητα στην παράγραφο αυτή είναι ιδανική καθώς αναδεικνύει την ανάγκη της μελέτης της σχέσης των τριγωνομετρικών αριθμών των γωνιών με τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου.

Το παρακάτω κείμενο στη σελίδα 245

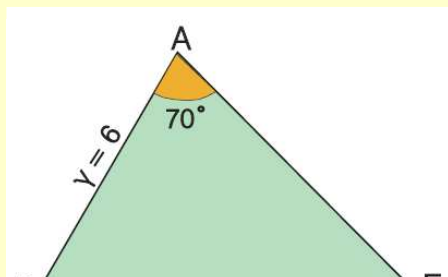
Με το νόμο των ημιτόνων, αν γνωρίζουμε μια πλευρά ενός τριγώνου, την απέναντι γωνία της και μια άλλη πλευρά ή γωνία του, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τα υπόλοιπα πρωτεύοντα στοιχεία του (πλευρές – γωνίες).

Για παράδειγμα, στο τρίγωνο του διπλανού σχήματος μπορούμε με το νόμο των ημιτόνων να υπολογίσουμε τη γωνία $\hat{\Gamma}$



προτείνουμε να αντικατασταθεί από το εξής:

Με βάση τις μετρήσεις στο τρίγωνο και τον τριγωνομετρικό πίνακα να επινοήσετε μία διαδικασία υπολογισμού της γωνίας Γ .

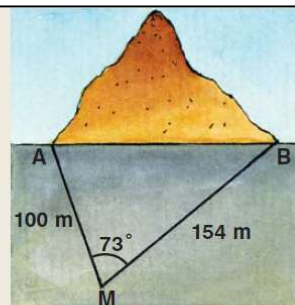


Γωνία (σε μοίρες)	ημίτονο	συνημίτονο	εφαπτομένη	Γωνία (σε μοίρες)	ημίτονο	συνημίτονο	εφαπτομένη
33	0,5446	0,8387	0,6494	46	0,7193	0,6947	1,0355
34	0,5592	0,8290	0,6745	47	0,7314	0,6820	1,0724
35	0,5736	0,8192	0,7002	48	0,7431	0,6691	1,1106
36	0,5878	0,8090	0,7265	49	0,7547	0,6561	1,1504
37	0,6018	0,7986	0,7536	50	0,7660	0,6428	1,1918
38	0,6157	0,7880	0,7813	51	0,7771	0,6293	1,2349
39	0,6293	0,7771	0,8098	52	0,7880	0,6157	1,2799
40	0,6428	0,7660	0,8391	53	0,7986	0,6018	1,3270
41	0,6561	0,7547	0,8693	54	0,8090	0,5878	1,3764
42	0,6691	0,7431	0,9004	55	0,8192	0,5736	1,4281
43	0,6820	0,7314	0,9325	56	0,8290	0,5592	1,4826

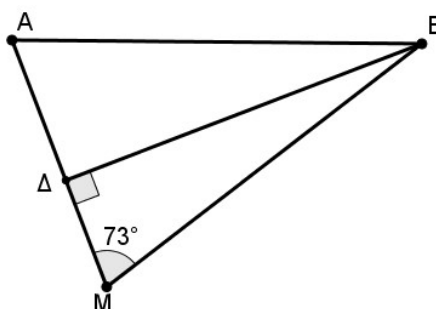
Η εισαγωγή στο νόμο των συνημιτόνων προτείνουμε να γίνει με βάση το παρακάτω πρόβλημα της σελίδας 250.

13

Μια τεχνική εταιρεία θέλει να καταθέσει μια προσφορά για την κατασκευή μιας σήραγγας AB. Ένας μηχανικός της εταιρείας με τους συνεργάτες του έστησε ένα γωνιόμετρο στη θέση M που η απόστασή του από το A ήταν 100 m και από το B ήταν 154 m. Αφού μέτρησε τη γωνία $\hat{A}MB = 73^\circ$, ισχυρίστηκε ότι με αυτά τα στοιχεία μπορούσε να υπολογίσει το μήκος της σήραγγας. Είχε δίκιο ή άδικο; Πόσο ήταν τελικά το μήκος της σήραγγας; (Να χρησιμοποιήσετε τριγωνομετρικούς πίνακες).



και στη συνέχεια να κατασκευαστεί ένα γεωμετρικό μοντέλο με το οποίο θα γίνει η κατασκευή της σχέσης που συνδέει τις πλευρές AM και BM με το συνημίτονο της γωνίας των 73° .



Γενικές επισημάνσεις πάνω στην ύλη και τη διδασκαλία των μαθηματικών του Γυμνασίου

1)	Οι βασικές Μαθηματικές γνώσεις	σελ. 28
2)	Οι βασικές Μαθηματικές ικανότητες.	σελ. 28-29
3)	Γενικές επισημάνσεις σχετικά με τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο.	σελ. 29-31

Ακολουθεί μία συνοπτική περιγραφή σχετική με τις απαραίτητες γνώσεις που θα πρέπει να αποκομίσουν οι μαθητές, τις ικανότητες που θα πρέπει να διαθέτουν με την αποφοίτησή τους από το Γυμνάσιο και ορισμένες βασικές γενικές διδακτικές πρακτικές.

1) Οι βασικές Μαθηματικές γνώσεις

Αναφέρουμε 8 βασικές έννοιες “κλειδιά” τις οποίες ο μαθητής θα πρέπει να έχει κατανοήσει μέσα από τις εφαρμογές τους σε πραγματικές καταστάσεις.

α) Από το πλαίσιο της αριθμητικής οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν την έννοια του ρητού αριθμού και του άρρητου, την διάκριση αλλά και τη σύνδεση των κλασμάτων με τους δεκαδικούς αριθμούς.

β) Η έννοια της μεταβλητής θα πρέπει να αναπτυχθεί και αποσαφηνιστεί σε μεγάλο βαθμό από τους μαθητές καθώς είναι βασική έννοια για την κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης.

γ) Η έννοια του λόγου δύο ποσών θα πρέπει να έχει αποσαφηνιστεί και κυρίως να μπορούν οι μαθητές να διακρίνουν τη σημασία της έννοιας στην περίπτωση των κλασμάτων, των ποσοστών, της Γεωμετρίας κ.λ.π

δ) Η έννοια της αναλογίας και των αναλόγων ποσών είναι κεντρική σε όλο το Γυμνάσιο. Τα ανάλογα ποσά θα πρέπει να αναγνωρίζονται τόσο στο πλαίσιο των συναρτήσεων όσο και στο πλαίσιο της Γεωμετρίας (Χάρτες, ομοιότητα κ.λ.π)

ε) Για την έννοια της συνάρτησης θα πρέπει να αναδειχτούν οι πολλαπλές πτυχές της έννοιας. Η συνάρτηση ως σχέση, ως συμμεταβολή δύο ποσών, ως τύπος, ως πινακοποιημένα αριθμητικά δεδομένα, ως γράφημα.

στ) Η έννοια της πιθανότητας θα πρέπει να γίνει κτήμα των μαθητών ως ένα εργαλείο το οποίο ενώ στηρίζεται στην έννοια του λόγου μπορεί να αξιοποιηθεί στο πλαίσιο της λήψης αποφάσεων, προβλέψεων κ.λ.π

ζ) Μορφές και είδη επιπέδων σχημάτων και οι ιδιότητές τους.

η) Η έννοια της μέτρησης ενός μεγέθους. Ειδικά στο χώρο της Γεωμετρίας οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν αφενός τους τύπους υπολογισμού εμβαδών και όγκων αλλά και τις βασικές προτάσεις (εργαλεία) υπολογισμού γραμμικών μεγεθών και εμβαδών (Πυθαγόρειο θεώρημα, ομοιότητα)

2) Οι βασικές Μαθηματικές ικανότητες.

Θεωρούμε ότι η διάκριση μεταξύ μαθηματικών γνώσεων και μαθηματικών ικανοτήτων, που σαφώς αναφέρεται στα Προγράμματα Σπουδών, θα πρέπει να αποσαφηνιστεί μέσα στο πλαίσιο των Ελληνικών προγραμμάτων και εγχειριδίων. Προτείνουμε τη διάκριση 8 πτυχών της γενικής μαθηματικής ικανότητας που θα πρέπει να διαθέτει ο απόφοιτος του Γυμνασίου.

α) Αριθμητική ικανότητα, δηλαδή ικανότητα να κάνει ο μαθητής ακριβείς υπολογισμούς στο τετράδιό του αλλά και εκτιμήσεις και νοερούς υπολογισμούς.

β) Ικανότητα επαγωγικού συλλογισμού, δηλαδή ικανότητα να αναγνωρίζει και να αξιοποιεί ο μαθητής κανονικότητες (μοτίβα) και να σκέπτεται με αναλογίες, να εκτελεί δηλαδή αναλογικό συλλογισμό.

γ) Ικανότητα μετάφρασης από ένα αναπαραστασιακό πλαίσιο σε ένα άλλο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η ικανότητα μετάφρασης του γλωσσικού

περιεχομένου ενός προβλήματος σε συμβολικό περιεχόμενο. Επιπλέον η εξαγωγή συμπερασμάτων από στατιστικά διαγράμματα αλλά και από γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων.

δ) Ικανότητα γεωμετρικού συλλογισμού. Χαρακτηριστικές πτυχές της ικανότητας αυτής είναι η νοερή ανάλυση και ανασύνθεση γεωμετρικών αντικειμένων με στόχο τον υπολογισμό γεωμετρικών μεγεθών (γωνιών, τμημάτων, εμβαδών κ.λ.π)

ε) Συνδυαστική ικανότητα, δηλαδή ικανότητα να οργανώνει ο μαθητής μετρήσεις με στόχο να υπολογίσει όλες τις δυνατές περιπτώσεις και συνδυασμούς μαθηματικών αλλά και μη μαθηματικών αντικειμένων και δράσεων.

στ) Ικανότητα αλγεβρικού συλλογισμού, δηλαδή ικανότητα να χειρίζεται ο μαθητής αφηρημένες ποσότητες, να λύνει εξισώσεις, να μετασχηματίζει αλγεβρικές παραστάσεις κ.λ.π

ζ) Ικανότητα αλγοριθμικής σκέψης. Είναι σημαντικό να τονιστεί εδώ ότι η κατανόηση της λειτουργίας ενός αλγορίθμου, αλλά κυρίως η δημιουργία ενός αλγορίθμου, αποτελεί μία γνήσια μαθηματική δραστηριότητα. Η δημιουργία αλγορίθμων για γεωμετρικές κατασκευές, αλγορίθμων επίλυσης εξισώσεων, αλγορίθμων εφαρμογής μαθηματικών προτάσεων είναι ιδιαίτερα σημαντικές πτυχές της ικανότητας αυτής. Εδώ θα πρέπει να υπογραμμιστεί ότι η αλγοριθμική ικανότητα δεν θα πρέπει να θεωρείται ότι ανήκει αποκλειστικά στο χώρο της πληροφορικής, αλλά αποτελεί την πλέον σημαντική ευκαιρία να αναδειχθεί η σχέση της πληροφορικής επιστήμης με τα Μαθηματικά.

η) Ικανότητα επίλυσης προβλήματος. Η ικανότητα αυτή αποτελεί τον απόλυτο στόχο της Μαθηματικής εκπαίδευσης. Η ικανότητα επίλυσης προβλήματος προϋποθέτει και συνδυάζει όλες τις προηγούμενες πτυχές της γενικής μαθηματικής ικανότητας

Εδώ θα πρέπει να τονιστεί η σημασία της έννοιας της στρατηγικής ή καλύτερα των στρατηγικών που θα πρέπει να γνωρίζει ή και να επινοεί ο μαθητής ώστε να μπορεί να λύνει προβλήματα.

3) Γενικές επισημάνσεις σχετικά με τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο.

Αρχικά θα παραθέσουμε ορισμένες επισημάνσεις σχετικά με τη διδασκαλία της Γεωμετρίας.

Οι τρεις βασικές πτυχές της **ικανότητας Γεωμετρικής σκέψης** που θα πρέπει να αναπτυχθούν κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας είναι:

α) Η κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων με χρήση γεωμετρικών οργάνων
Θεωρούμε ιδιαίτερα σημαντικό να γίνει κτήμα των μαθητών ότι μόνο η κατασκευή ενός γεωμετρικού σχήματος με κανόνα και διαβήτη δημιουργεί γεωμετρικά σχήματα.

β) Η σωστή διατύπωση των ορισμών και των προτάσεων.

Θεωρούμε ότι η βαθιά κατανόηση των ιδιοτήτων των γεωμετρικών αντικειμένων και των προτάσεων της γεωμετρίας περνά μέσα από τη σωστή γλωσσική διατύπωση.

γ) Η ικανότητα μαθηματικής τεκμηρίωσης.

Η τεκμηρίωση (είτε ως μορφή δικαιολόγησης είτε ως αυστηρή διαδικασία απόδειξης) αποτελεί κορυφαία μαθηματική δραστηριότητα. Συχνά οι μαθητές εκλαμβάνουν ως αυθαίρετες κάποιες ενέργειες και συλλογισμούς που θα πρέπει να πραγματοποιηθούν.

Τέλος είναι απαραίτητο να τονισθεί ότι στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία γίνεται με στατικά μέσα αναπαράστασης κι έτσι οι μαθητές έχουν περιορισμένες δυνατότητες εμπλοκής. Επομένως χρειάζεται οι μαθητές να εμπλακούν σε διαδικασίες διερεύνησης με τη βοήθεια υπολογιστικών εργαλείων όπως Χελωνόκοσμος, Geogebra κλπ.

Η χρήση των υπολογιστικών εργαλείων είναι δυνατό να γίνει είτε στο εργαστήριο του σχολείου, είτε στο χώρο της σχολικής τάξης με τη βοήθεια tablets ή αντίστοιχων συσκευών.

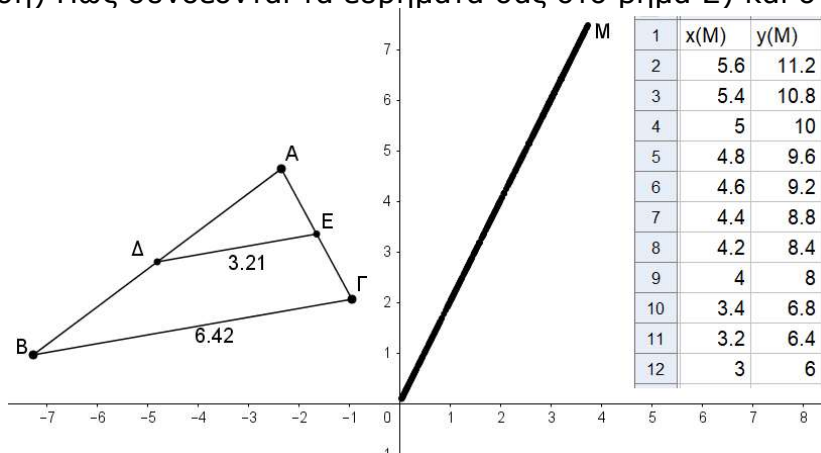
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΩΝ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΜΕΣΩΝ

- 1) Η εκμάθηση των λειτουργιών ενός ψηφιακού μέσου, όπως για παράδειγμα το λογισμικό Geogebra, αποτελεί μία βασική, πρωταρχική δράση διδακτικού ενδιαφέροντος. Θα πρέπει να τονιστεί ότι είναι άστοχη οποιαδήποτε εμπλοκή μαθητών με ψηφιακά μέσα των οποίων δεν είναι σε ικανοποιητικό βαθμό γνωστή η λειτουργία. Το ψηφιακό μέσον αποτελεί μία ιδιαίτερη προσέγγιση, ένα "φίλτρο" του μαθηματικού περιεχομένου.
- 2) Τα ψηφιακά μέσα έχουν προστιθέμενη αξία μόνο εφόσον χρησιμοποιούνται από τους μαθητές για δραστηριότητες οι οποίες είναι πολύ δύσκολο, έως αδύνατο, να υλοποιηθούν με τα συμβατικά διδακτικά μέσα (μολύβι, χαρτί, πίνακας)
- 3) Η χρήση των ψηφιακών μέσων για την λύση ασκήσεων του σχολικού εγχειριδίου πολύ συχνά οδηγεί σε πενιχρά μαθησιακά αποτελέσματα, ίσως δε και σε αρνητικά. Οι δραστηριότητες με τις οποίες θα εμπλακούν οι μαθητές θα πρέπει να έχουν κυρίως διερευνητικό χαρακτήρα, να έχουν όσο το δυνατόν μικρότερη καθοδήγηση μέσω ενός λιτού φύλλου εργασίας. Τα φύλλα εργασίας στα οποία γίνεται μία μακροσκελής παράθεση καθοδηγούμενων βημάτων υπό μορφή εντολών δεν προσφέρουν τίποτε το ιδιαίτερο από διδακτικής και παιδαγωγικής προοπτικής.

Παραθέτουμε ένα παράδειγμα αξιοποίησης ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Το παράδειγμα υλοποιείται και με το λογισμικό Geogebra.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- 1) (Κατασκευή) Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ και το τμήμα ΔΕ που ενώνει τα μέσα Δ, Ε των δύο πλευρών ΑΒ και ΑΓ.
- 2) (Διερεύνηση) Να μετρήσετε το τμήμα ΒΓ και το τμήμα ΔΕ και να μελετήσετε τη σχέση που συνδέει τα δύο τμήματα καθώς μεταβάλλεται το τμήμα ΒΓ.
- 3) (Κατασκευή) Να κατασκευάσετε το δυναμικό σημείο $M=(AB, AG)$ στο σύστημα αξόνων του λογισμικού.
- 4) (Διερεύνηση) Να μελετήσετε τον γεωμετρικό του τόπο του σημείου Μ καθώς μεταβάλλεται το τμήμα ΒΓ.
- 5) (Σύνδεση) Πως συνδέονται τα ευρήματά σας στο βήμα 2) και στο βήμα 4);



Σχόλιο: Εδώ οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες κατασκευής, διερεύνησης και σύνδεσης διαφορετικών χώρων. Η γραμμική σχέση μεταξύ του τμήματος ΔΕ και

ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΗΣ ΕΜΕ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

του ΒΓ θα προκύψει τόσο από τη μελέτη του πίνακα μεταβολών των μέτρων των δύο τμημάτων όσο και από την γραφική παράσταση της συμμεταβολής τους.

Οι μαθητές θα οδηγηθούν σε εικασία, θα την διατυπώσουν και εφόσον ο διδάσκων κρίνει εφικτό θα επιχειρήσουν να τεκμηριώσουν κατά το δυνατόν την εικασία τους.

Θα ολοκληρώσουμε με ορισμένες σημαντικές διδακτικές επισημάνσεις.

- Αυτό που κυρίως απαιτείται να τονισθεί είναι ότι στο Γυμνάσιο είναι απαραίτητη η διαδικασία της διαφοροποιημένης μάθησης. Ειδικά το βιβλίο των Μαθηματικών της Γ' Γυμνασίου το οποίο περιέχει μεγάλο εύρος παραδειγμάτων, εφαρμογών και ασκήσεων προσφέρεται ιδιαίτερα για διαφοροποιημένη μάθηση.
- Αυτό όμως που πρέπει να είναι σταθερή επιδίωξη του διδάσκοντα είναι η ενασχόληση των μαθητών με εφαρμογές και προβλήματα που συνδέονται με την πραγματική ζωή και που υπάρχουν σε αρκετό ποσοστό στο συγκεκριμένο βιβλίο. Η διαδικασία αυτή θα αποτελέσει και ισχυρό βοήθημα για τους μαθητές της Γ' τάξης που θα συμμετέχουν στο πρόγραμμα PISA.
- Γενικότερα για την Άλγεβρα θεωρούμε ότι το κύριο βάρος πρέπει να δοθεί στις ερωτήσεις κατανόησης, στα Παραδείγματα – Εφαρμογές, στα προβλήματα και σε ασκήσεις μικρής έως μέτριας δυσκολίας. Δυσκολότερες ασκήσεις (που περιέχονται αρκετές στο βιβλίο) καθώς και γενικές ασκήσεις των κεφαλαίων να γίνουν κυρίως σε μαθητές με ιδιαίτερο ενδιαφέρον στα Μαθηματικά στα πλαίσια της διαφοροποιημένης μάθησης.

Αθήνα 31/01/2020

Οι συντονιστές των προτάσεων της ΕΜΕ για το Γυμνάσιο:

- Κεϊσογλου Στέφανος, Δρ, μέλος ΔΣ της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας
τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
- Φερεντίνος Σπύρος, Δρ, τ. Γενικός Γραμματέας της Ε Μ Ε.
τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών